

科目		数値解析 (Numerical Analysis)	
担当教員		金 寛 非常勤講師	
対象学年等		電子工学科・4年・通年・必修・2単位 (学修単位III)	
学習・教育目標		A3(100%)	JABEE基準1(1) (c),(d)1
授業の概要と方針		各種理工学理論を使用して設計されたものを現実のものとして実現するには、その理論に基づいた高度で柔軟な算法が必要である。ここでは、コンピュータによる科学技術計算の基礎となる理論を理解し、その理論を基にそれらの算法のアルゴリズムについて修得することを目的とする。	
		到達目標	到達目標毎の評価方法と基準
1	【A3】浮動小数点数と演算系による誤差の伝播について理解できる。		浮動小数点数と演算系による誤差の伝播について理解できているか前期中間試験・前期定期試験およびレポート・演習で評価する。
2	【A3】代数方程式の性質と解の直接解法について理解できる。		代数方程式の解の導出について理解できているか前期中間試験・前期定期試験およびレポート・演習で評価する。
3	【A3】高次方程式の各種解法やそのアルゴリズムについて理解できる。		2分法, Newton法, 組立除去, 反復法などによる高次方程式の解法について理解できているか前期中間試験・前期定期試験およびレポート・演習で評価する。
4	【A3】連立1次方程式の各種解法やそのアルゴリズムについて理解できる。		ガウスの消去法, Gauss-Jordan法, LU分解法, Cholesky法, Jacobi法による連立1次方程式の解法やアルゴリズムを理解できているか前期中間試験・前期定期試験・レポート・演習で評価する。
5	【A3】行列や逆行列の計算法とそのアルゴリズムおよび行列の対角化について理解できる。		行列や逆行列の計算法とアルゴリズムおよび行列の対角化について理解できているか後期中間試験・後期定期試験およびレポート・演習で評価する。
6	【A3】多項式近似について理解できる。		関数近似やNewton補間法, Lagrangeの補間法, 最小2乗法などの多項式近似について理解できているか後期中間試験・後期定期試験およびレポート・演習で評価する。
7	【A3】補間による数値微分と代表的な数値積分の数値解法について理解できる。		補間による数値微分法, Newton-Cotes形の積分公式について理解できているか後期中間試験・後期定期試験およびレポート・演習で評価する。
8	【A3】代表的な微分方程式の数値解法について理解できる。		代表的な微分方程式の数値解法について理解できているか後期中間試験・後期定期試験およびレポート・演習で評価する。
9			
10			
総合評価		成績は、試験85% レポート10% 演習5% として評価する。試験成績は中間試験と定期試験の平均点とする。100点満点で60点以上を合格とする。	
テキスト		「数値計算」：片桐重延（東京電気大学出版会）	
参考書		「数値計算」：戸川隼人（岩波書店） 「数値計算」：川上一郎（岩波書店） 「数値解析の基礎」：新濃清志・船田哲男（倍風館）	
関連科目		プログラミングII	
履修上の注意事項		授業はほぼテキストの内容にそって進めるが、公式の誘導や計算手法の前提となる理論などについて適宜補足して行う。講義の内容で指定された教科書に記載されていない事柄も定期試験などの対象とするので、授業中はノートをしっかり取るよう心掛けること。	

授業計画 1 (数値解析)		
回	テーマ	内容(目標, 準備など)
1	数値計算における誤差と誤差の伝播	コンピュータで数を表示するときの方式とそのときの誤差の取り扱い方法について理解する。また、コンピュータにおける数の内部表現と誤差の扱いについても理解する。
2	浮動小数点系における誤差	誤差は、現象を数学的に表現する場面、コンピュータで処理する場面、コンピュータから出力する場面など情報処理の各場面で起こる。近似計算では誤差の特性を良く知り、それを利用することが不可欠である。ここでは、誤差の発生と取扱いについて理解する。
3	代数方程式の直接的解法	2次の代数方程式の解の公式は日常的に使用しており、4次までの代数方程式についてもCardanoやFerrariなどの直接的解法によって解を求めることができる。CardanoとFerrariの両解法の導出を行い、4次までの代数方程式の解法と公式の利用について理解する。
4	非線形方程式の解法	5次以上の代数方程式や一般の非線形方程式には直接的解法は存在しないので近似解法を用いなければならない。ここでは、代数方程式および一般の非線形方程式に利用できる方法として、2分法、Newton法について理解する。
5	多項式と組立除法	非線形方程式の解法であるNewton法の反復公式を用いる場合、高次の関数値や高次の関数の微分値を計算しなければならない。これらの値を容易に求める方法として組立除法がある。この方法について理解する。
6	反復法による方程式の解法	方程式 $f(x) = 0$ を変形して $x = g(x)$ の形に直し、この関数を $X_{n+1} = g(X_n)$ の漸化式として $X_n$ を求める手法を反復法という。ここでは、この基本的な特性について調べ、発展的なことがらについても学習する。
7	演習	1回目から6回目までの授業内容のまとめと演習を行う。
8	中間試験	中間試験を実施する。
9	行列の計算法	行列の計算は、社会の情報化とコンピュータの進歩に伴い、多量な情報を系統的に扱うようになって急速に利用価値が増大した。ここでは、行列の性質および計算法、応用について復習する。
10	連立1次方程式の解法(1)	連立1次方程式の解は理論的にCramerの公式により求められるが、これには多くの積和計算を要しあまり実用的ではない。ここでは、連立1次方程式の解法として代表的なガウスの消去法のアルゴリズムについて理解する。
11	LU分解	LU分解とは、対角要素より上のすべての要素の値を零とする行列を下三角行列(L)とし、対角要素より下のすべての要素の値を零とする行列を上三角行列(U)として、行列をこの二つの三角行列の積LUに分解することである。ここではLU分解の計算法について理解する。
12	LU分解法と連立1次方程式	連立1次方程式の解を係数行列を二つの三角行列の積LUに分解して求めるLU分解法について学習する。また、係数行列が対称行列の場合に用いられるCholesky法についても理解する。
13	逆行列の算法	行列の逆行列を行列の余因子を用いて求める解析的な方法について復習する。ただし、この方法は元の行列の小行列式を総て計算することから計算回数が増加し実用的ではない。ここでは、単位行列と連立1次方程式の解法のGauss-Jordan法を用いる方法のアルゴリズムについて理解する。
14	連立1次方程式の解法(2)	与えられた連立1次方程式に対して適当な初期値を与えて真の解に収束させる方法で連立1次方程式を解く反復法について学習する。ここでは、Jacobi法とその改良形のGauss-Seidel法について理解する。
15	演習	前期期間に行った授業内容のまとめと演習を行う。
16	固有値と固有ベクトルおよび行列の対角化	工学システムの安定性や確率的に繰り返して起こる現象の解析など広範囲に利用されている固有値と固有ベクトルについて復習する。また、求めた固有値と固有ベクトルを用いた行列の対角化についても学習する。
17	マルコフ過程とその応用	マルコフ過程とその応用例として、市場マーケティングのシェアを求める問題を取り扱う。この問題の解を行列の対角化を用いて求める方法について学習する。
18	演習	後期のこれまでの授業内容のまとめと演習を行う。
19	多項式の計算	三角関数などの関数を $x$ の多項式に展開して、その多項式を用いて $x$ のある値について関数の近似値を求める。その際、計算過程を簡単にし、誤差をなるべく小さくすることについて学習する。
20	Newtonの補間多項式	補間法は数値計算法の基礎となるもので、与えられた等間隔の数個の点とそれらの関数値から、求めようとする点の関数値を計算するものである。あるいは、離散的な数値列から近似関数を求めることでもある。ここでは、多項式近似として良く知られているNewtonの補間多項式の導出について理解する。
21	差分と補間多項式	多項式近似に良く使用されるNewtonの補間多項式の係数は、結局、計算の簡単な差分表から求められることを理解する。
22	演習	16回目から21回目までの期間に行った授業内容のまとめと演習を行う。
23	中間試験	中間試験を実施する。
24	Lagrangeの補間多項式と最小2乗法	不等間隔の $n+1$ 個の点とそれらの関数値が与えられているとき、与えられた $n+1$ 個の点を通る $n$ 次多項式はただ一つである。この多項式を求めるLagrangeの補間多項式について理解する。また、与えられたデータ点付近を通るもっとも美しい関数を求める最小2乗法についても理解する。
25	数値微分	数値微分は、関数値が離散的にしか与えられていないときや微分が複雑で難しい場合などに用いられる。数値微分の方法には、差分演算子より微分公式を求める古典的な方法があるが、ここでは微分値を差分商列の補間により求める方法や補間公式を微分する方法について学習する。
26	数値積分	数値積分は微分方程式の数値解を求めるのみならず、解析的に積分不可能な積分や離散的なデータを基にした積分を行うときに用いられる。ここでは、区分求積法とNewton-Cotes形の積分公式について学習する。
27	モデル化と微分方程式	情報化が進む現代では、ものの変化を微分方程式で表してそれを数値的に解くことが必要な場合が多い。ここでは、現実の問題から微分方程式を作り、それを解く方法について考察する。
28	微分方程式の初期値問題	微分方程式には解析的に解けないものが多く、解析的に解ける場合でも解が級数、特殊関数の形になり具体的な値を知ることが困難なことがある。近似の誤差をできるだけ抑えることに考慮して直接数値的に解く方法がある。ここでは、微分方程式の数値解法の代表的なEuler法や修正Euler法について学習する。
29	Runge-Kutta法	微分方程式の代表的な数値解法であるRunge-Kutta法は高い精度をもつように、また、 $n$ 個の関数の値を計算することによって微分値の計算を行わなくてよいように工夫された手法である。ここでは、Runge-Kutta法について学習する。また、微分方程式の応用についても考察する。
30	演習	後期期間に行った授業内容のまとめと演習を行う。
備考	本科目の修得には、60 時間の授業の受講と 30 時間の自己学習が必要である。前期、後期ともに中間試験および定期試験を実施する。	