

H_∞ 制御による光ピックアップのサーボ制御

藤田貴大*

笠井正三郎**

Optical Pickup Servo Control using H_∞ Control Theory

Takahiro FUJITA*

Shozaburo KASAI**

ABSTRACT

Optical pickup is a part of optical disc drives and it is used for two dimensional servo control. Conventionally, both of these control systems are respectively huddled by two phase compensators based on classical control theory. Because of classical control systems can huddle only single-input single-output (SISO) system, an interference between two servo systems have to be ignored. And it deteriorates the performance of the servo control. Therefore, controllers based on multiple-input multiple-output (MIMO) control theory are conceived that it is effective to suppress the interference with considering it. Accordingly, we focused on H_∞ control theory, that can huddle MIMO systems and design servo systems easily. We are aiming at the reduction of interference and to improve the control performance in this research.

Keywords : optical pickup, servo control, H_∞ control theory, decoupling

1. 序論

CD・DVDを始めとする光ディスクの記録再生は、ディスク表面の記録溝にレンズにより絞込んだレーザー光を照射し、その反射光を読み取ることで行われる。

この際、外部からの振動や変形したディスクが回転することによりレーザー光の焦点位置が目標点からずれてしまうため、光ディスクドライブにおいてはレーザー光の焦点をディスク表面に結像させる焦点合わせと、目標のトラックへの追従を行う必要がある。

このための機構が光ピックアップであり、レーザー光の対物レンズを電磁アクチュエータによりディスクの鉛直方向、あるいは直径方向に駆動することで焦点合わせとトラックの追従を行っている。

これらの焦点合わせ、トラック追従の制御はそれぞれフォーカシングサーボ制御、トラッキングサーボ制御と呼ばれる。

従来、この2つの制御系は古典制御理論に基づく位相補償により単入出力(SISO)系として設計されてきた。しかし実際の光ピックアップでは、アクチュエータによる駆動力と重心の位置関係やセンサの検出方法などの理由で両者の間に干渉が存在している。干渉を考慮した系は2入力2出力の多入出力(MIMO)系となるが、古典制御理論の枠組みではMIMO系の取り扱いは難しく、これを無視することでSISO系に近似しているのが現状である⁽¹⁾。

この相互干渉は一方の系から他方の系に対する外乱となるため、これらを見せず陽に考慮し、抑制することができる。そこで本研究ではMIMO系を扱うことができ、サーボ系の設計に不可欠な周波数領域での設計が可能な H_∞ 制御理論に注目し、サーボ系の干渉低減を目指した。

2. 光ピックアップの構造とモデル

本研究では、制御器の設計に先立ち光ピックアップのモデルを入出力特性より実験的に作成した。ここでは光ピックアップの構成とモデル構造の決定、およびシステム同定による制御モデルの作成手順について簡単に説明する。

2.1 光ピックアップの構成 図1に今回実験に用いた光ピックアップ、KSS-240A(SONY製)の外観図を示す。この光ピックアップでは対物レンズをプラスチック製のヒンジにより片持ち支持し、電磁アクチュエータにより駆動している。また本体部には専用の信号処理ICを備え、フォーカシング、トラッキング方向の追従偏差を演算・出力することができる。

2.2 モデル構造の決定 光ピックアップの機械的構成は多種存在し、支持方法やヒンジの材質、駆動方法などに違いがあるが、弾性支持されたレンズ部分を電磁アクチュエータで駆動するという構成は基本的に共通である。弾性支持された剛体への駆動力とその変位の間の伝達関数 $G(s)$ は一般に二次遅れとなり、式(1)

*専攻科 電気電子工学専攻

**電子工学科 教授



図1 KSS-240Aの外観図

で記述される．ここで、 K_s は定常ゲイン、 ω_n は固有角振動数、 ξ は減衰係数である．

$$G(s) = \frac{K_s \omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

光ピックアップにおいてもこの表現は従来より用いられており⁽²⁾、本研究でも光ピックアップの物理モデルは二次遅れ系に従うものとした．

2.3 システム同定 モデル構造が決定されたため、式(1)における K_s 、 ω_n 、 ξ の各パラメータを測定することで制御モデルが得られる．これらのパラメータ決定法は主に2種あり、対象の物理定数を実測することでパラメータを決定する物理同定と、対象の入出力データからモデル構造に沿うようにパラメータを決定するシステム同定に分けられる．光ピックアップの構造は小型かつ精密であり、分解が必要な物理同定は不適であると判断し、本研究ではシステム同定を用いて制御モデルを決定した．

システム同定を行うにあたり、干渉を考慮した光ピックアップの動特性を図2のブロック線図により表現した．ここに u は光ピックアップのアクチュエータへの入力電圧、 y はレーザーの焦点位置である．また添字 f 、 t はそれぞれフォーカシング、トラッキング方向を表す． G_{ba} は入力 a と出力 b の間の伝達関数である．同図は焦点位置をある方向へ駆動しようとする時、干渉要素 G_{ft} 、 G_{tf} の作用により他方向へも応答が生じることを意味している．

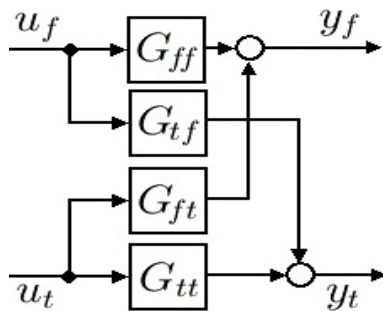


図2 ピックアップのブロック線図

これら4つの伝達関数 G_{ff} 、 G_{ft} 、 G_{tf} 、 G_{tt} について、スイープ試験により周波数応答を得、それに沿うように上記の3つのパラメータを決定した．スイープ試験はあるシステムに対し、正弦波状の励起信号を周波数を変えつつ印加し、その際の出力から周波数応答を求める方法である．例えば G_{ft} の周波数応答はトラッキングアクチュエータに励起信号を印加した際のフォーカシング方向での焦点位置の変動として得ることができる．

2.4 同定結果 システム同定により得られた周波数応答をもとに二次遅れ系で近似した各伝達関数を式(2)に、そのボード線図を図3に示す．

$$\begin{aligned} G_{ff} &= \frac{2.795 \times 10^6}{s^2 + 175.9s + 3.948 \times 10^5} \\ G_{tf} &= \frac{6.218 \times 10^4}{s^2 + 287.5s + 2.221 \times 10^5} \\ G_{ft} &= \frac{1.974 \times 10^5}{s^2 + 86.71s + 1.880 \times 10^5} \\ G_{tt} &= \frac{6.064 \times 10^5}{s^2 + 301.6s + 1.011 \times 10^6} \end{aligned} \quad (2)$$

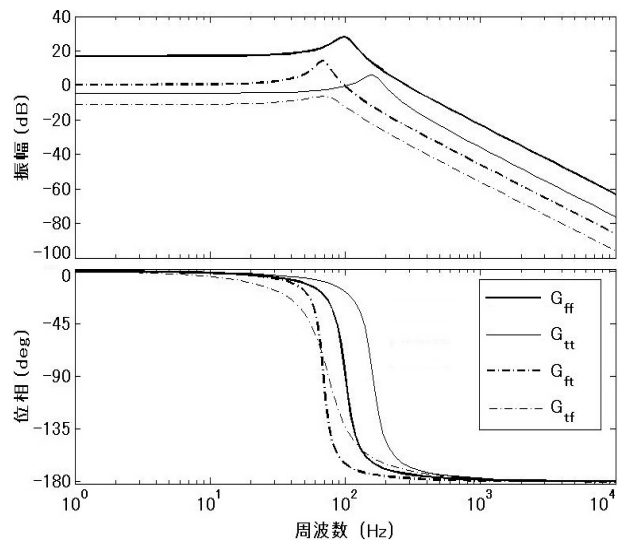


図3 ピックアップのボード線図

3. 制御器の設計

ここでは前節で得られた光ピックアップの制御モデルに対し、サーボ制御系を設計する過程を説明する．まずはじめに従来の古典制御理論での設計によるサーボ制御系の要求仕様を示す．次に本研究で用いた H_∞ 制御理論の概要を述べ、これを用いて干渉低減を加味したサーボ制御器を構成した手順を示す．

3.1 制御系の仕様 図4に干渉を無視した従来の古典制御理論を用いたフォーカシング、トラッキングサーボ系のブロック線図を示す．ここで r はディスクの変形により変動する焦点の目標位置、 e は目標点 r と現在の

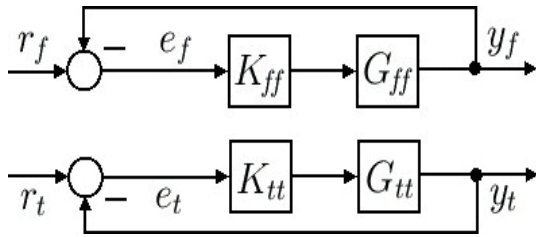


図4 古典制御理論におけるサーボ系の表現

焦点位置 y の偏差である。 K はそれぞれのサーボ系の位相補償器を示す。

制御系の構成は基本的なサーボ制御系と同じく、追従偏差により補償器を動作させ、焦点位置を目標点に保持することを目的としている。一般に、ディスクの変形量はメーカーにより最大変形量と再生時の回転周波数における変形加速度の2つの仕様により規定されている⁽³⁾。これは周波数ごとの許容変形量が、図5の点線のように加速度の制限を受けない低周波帯で最大変形量 r_{max} となり、高周波帯では加速度の制限のため -40dB/dec で減少することを示している。このように変動量は低周波帯域で大きいため、この部分で積極的な抑制が必要となる。

補償器 K と制御対象 G からなる直結フィードバック系において、外乱と出力の間の伝達関数を感度関数と呼び、ブロック線図の変形により式(3)と表せる。

$$S := \frac{1}{1+GK} = \frac{\mathcal{L}[e]}{\mathcal{L}[r]} \quad (3)$$

つまり感度関数が小さな帯域ではサーボ制御の偏差率が小さくなる。また r_{max} が $\omega = 0$ での値であることから、 $|G(0)K(0)| \gg 1$ を仮定すると、許容される最大偏差量 e_{max} を用いて一巡伝達関数 $G_0 = GK$ の定常ゲインを式(4)のように決定できる。

$$|G_0(0)| > \left(\frac{e_{max}}{r_{max}} \right)^{-1} \quad (4)$$

以上より一巡伝達関数に必要な最低ゲインの周波数特性は図5の実線となる。またゲイン交差角周波数 ω_0 が大きいほど高周波数の変動にも高精度に追従できるが、ノイズの影響の増加、二次共振による不安定化などの問題が起きるため折衝が必要となる。本研究では一般的な音楽用CDドライブにおける仕様として以下のものを用いた。

- 定常ゲイン $|G_0(\omega = 0)|$: 50dB程度
- 制御帯域 ω_t : 30Hz程度
- ゲイン交差角周波数 ω_0 : 数kHz程度

3.2 H_∞ 制御理論の概要 H_∞ 制御理論は H_∞ ノルムと呼ばれる、周波数領域での評価指標を用いた制御系の設計理論である。

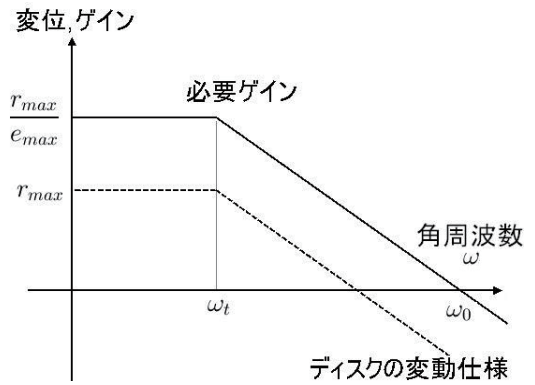


図5 制御系の設計仕様

3.2.1 H_∞ ノルム 前項で示した通り、SISO系でサーボ制御系を設計する際には一巡伝達関数の周波数領域におけるゲインを用いる。しかしこの伝達関数のゲインを用いた設計はMIMO系に直接適用することはできない。例えば、図2をMIMO系として表現した場合、その入出力関係は信号ベクトルと伝達行列により表現され、式(5)~式(7)のようになる。

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} \quad (5)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_f \\ u_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_f \\ y_t \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{ff} & G_{ft} \\ G_{tf} & G_{tt} \end{bmatrix} \quad (7)$$

この系における $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{y}$ 間の信号伝達の大きさは各々の伝達関数のゲインでは定義できない。そこで H_∞ 制御理論では伝達行列の最大特異値 $\sigma_{max}(\mathbf{G})$ を用いて式(8)で定義される H_∞ ノルム $\|\mathbf{G}\|_\infty$ を \mathbf{G} のノルムとして用いる。

$$\|\mathbf{G}\|_\infty := \sup_{\omega} (\sigma_{max}(\mathbf{G}(j\omega))) \quad (8)$$

伝達行列の特異値は、非正方行列も含めた一般の伝達行列の非ユニタリな成分を表すため、 H_∞ ノルムは伝達行列の増幅率の周波数領域における上界を意味する。

3.2.2 H_∞ 標準問題 H_∞ ノルムは増幅率の上界であるため、制御系の設計の際には特定の入出力間での応答の上界を抑制する形で用いられる。例えば、ある制御系の外乱入力端から偏差の間で H_∞ ノルムを小さく出来れば、外乱の影響を抑制することができる。このような制御問題を一般化した形式は H_∞ 標準問題と呼ばれ、図6で表される一般化フィードバック系に対し、以下の要求を満たすフィードバック補償器 C を求める問題と定義されている。

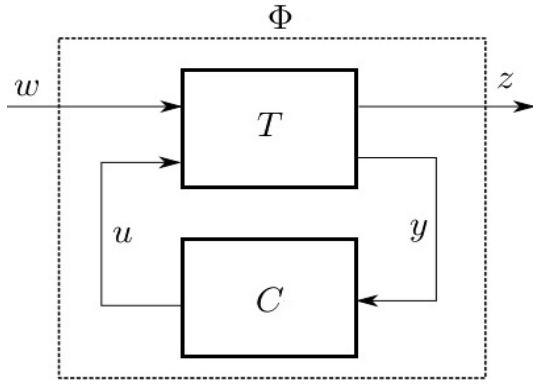


図6 \mathcal{H}_∞ 標準問題

- 任意に与えられた正定数 γ に対し、 $w \rightarrow z$ 間の伝達行列 Φ について以下の式(9)を満足する。

$$\|\Phi\|_\infty < \gamma \quad (9)$$

- T および C からなる閉ループを漸近安定化する

ここで w, z はそれぞれ評価入力, 評価出力といい, \mathcal{H}_∞ ノルムにより応答を評価する入出力変数の組を表す。 Φ は評価入出力間の伝達行列である。 y, u は補償器への入力と補償器の出力を意味する。 T は一般化プラントと呼ばれ, 評価入出力を加えて拡張された制御対象である。また γ は \mathcal{H}_∞ ノルムをどの程度小さくするかのスカラー指標である。この条件を満足する出力フィードバック制御則は制御系設計ソフトを用いて数値的に求めることができる。

3.3 \mathcal{H}_∞ 制御理論を用いたサーボ補償器の設計 干渉を無視せずMIMO系で表現したサーボ制御系は図7のようになる。この系において r から e までの応答を抑制することでサーボ制御の要求を達成できる。 $r \rightarrow e$ 間の伝達行列はSISO系の感度関数に対応して感度行列と呼ばれ, 式(10)と表される。

$$S = (I + GK)^{-1} \quad (10)$$

図8がこのサーボ制御問題を \mathcal{H}_∞ 標準問題へと帰着させた際の一般化フィードバック系である。同図の W は重み関数と呼ばれる既知の伝達行列であり, \mathcal{H}_∞ ノルムの抑制具合を周波数領域で操作するために用いられ

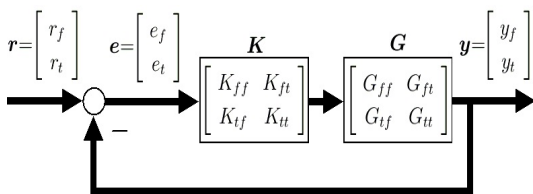


図7 MIMO系によるピックアップサーボ系の表現

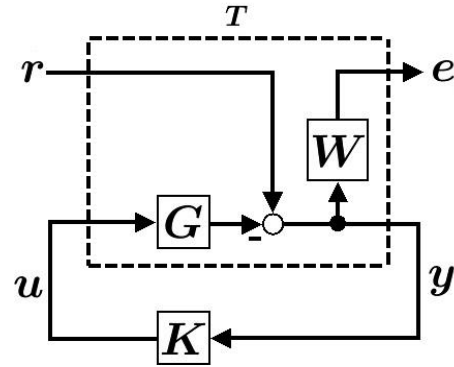


図8 ピックアップサーボ制御の \mathcal{H}_∞ 標準問題への帰着

る。この系では評価入出力間の伝達行列 Φ は式(11)となるため, 式(9)が満足されている限り, W の特異値が大きい帯域ではサーボ制御の仕様がよく満足されることとなる。

$$\Phi = WS = W(I + GK)^{-1} \quad (11)$$

$\|\Phi\|_\infty$ が十分に小さいならば, 制御帯域において目標値 r と y はほぼ一致し, 式(12)が成立する。

$$r = \begin{bmatrix} r_f \\ r_t \end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_f \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_f \\ y_t \end{bmatrix} = y \quad (12)$$

これは偏差 e が良好に抑えられているとき, ディスクの変動とピックアップの出力変位が一致し高い追従性能が得られることと, 各方向の出力変位は各々の方向の変動にのみ依存する干渉低減性を示している。

実際の補償器は重み関数 W , 制御対象 G , 定数 γ により決定される。今回はサーボ系の開ループ定常ゲインを50dB, 制御帯域を30Hzと定めたため, これを満足するように重み関数 W を試行錯誤的に定め, 式(13)とした。図9に重み関数の特異値を示す。

$$W = \frac{7}{(1 + s/60\pi)^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

また今回の場合, γ による性能設定は W の定常ゲインにより行えるため $\gamma = 1$ とした。以上の条件のもと, MATLABのmixsynコマンドを用いて

- $\|W(I + GK)^{-1}\|_\infty < 1$
- 閉ループ系が漸近安定

を満足する補償器 K を決定した。式(14)~式(17)に設計された $K_{ff}, K_{tf}, K_{ft}, K_{tt}$ の伝達関数を, 図10にそ

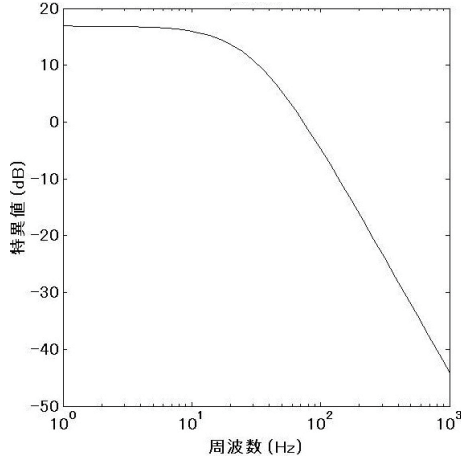


図9 重み関数 W の特異値プロット

のボード線図を示す。

$$\begin{aligned}
 K_{ff} = & (5.682 \times 10^5 s^{11} + 1.098 \times 10^{10} s^{10} \\
 & + 1.037 \times 10^{14} s^9 + 3.212 \times 10^{17} s^8 \\
 & + 3.188 \times 10^{20} s^7 + 3.164 \times 10^{23} s^6 \\
 & + 1.799 \times 10^{26} s^5 + 9.373 \times 10^{28} s^4 \\
 & + 3.241 \times 10^{31} s^3 + 8.969 \times 10^{33} s^2 \\
 & + 1.674 \times 10^{36} s + 1.265 \times 10^{38}) / K_{DEN}
 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
 K_{tf} = & (1.367 \times 10^4 s^{11} + 6.621 \times 10^7 s^{10} \\
 & - 2.024 \times 10^{12} s^9 - 2.988 \times 10^{15} s^8 \\
 & - 4.120 \times 10^{18} s^7 - 7.782 \times 10^{21} s^6 \\
 & - 4.976 \times 10^{24} s^5 - 6.768 \times 10^{27} s^4 \\
 & - 2.853 \times 10^{30} s^3 - 1.271 \times 10^{33} s^2 \\
 & - 3.348 \times 10^{35} s - 2.939 \times 10^{37}) / K_{DEN}
 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 K_{ft} = & (-4.233 \times 10^4 s^{11} - 1.224 \times 10^9 s^{10} \\
 & - 1.710 \times 10^{13} s^9 - 5.087 \times 10^{16} s^8 \\
 & - 7.219 \times 10^{19} s^7 - 9.554 \times 10^{22} s^6 \\
 & - 7.033 \times 10^{25} s^5 - 4.795 \times 10^{28} s^4 \\
 & - 2.030 \times 10^{31} s^3 - 6.891 \times 10^{33} s^2 \\
 & - 1.391 \times 10^{36} s - 1.058 \times 10^{38}) / K_{DEN}
 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
 K_{tt} = & (8.098 \times 10^5 s^{11} + 2.078 \times 10^{10} s^{10} \\
 & + 2.657 \times 10^{14} s^9 + 7.814 \times 10^{17} s^8 \\
 & + 9.874 \times 10^{20} s^7 + 1.207 \times 10^{24} s^6 \\
 & + 7.775 \times 10^{26} s^5 + 4.535 \times 10^{29} s^4 \\
 & + 1.678 \times 10^{32} s^3 + 4.984 \times 10^{34} s^2 \\
 & + 9.613 \times 10^{36} s + 7.302 \times 10^{38}) / K_{DEN}
 \end{aligned} \quad (17)$$

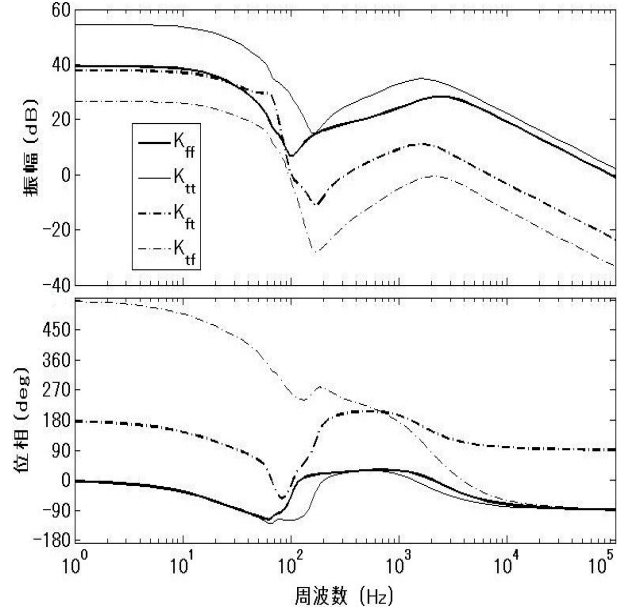


図10 H_∞ 制御理論によるサーボ補償器

$$\begin{aligned}
 (K_{DEN} = & s^{12} + 3.819 \times 10^4 s^{11} + 7.309 \times 10^8 s^{10} \\
 & + 6.955 \times 10^{12} s^9 + 3.510 \times 10^{16} s^8 \\
 & + 3.704 \times 10^{19} s^7 + 2.859 \times 10^{22} s^6 \\
 & + 1.501 \times 10^{25} s^5 + 5.737 \times 10^{27} s^4 \\
 & + 1.628 \times 10^{30} s^3 + 3.043 \times 10^{32} s^2 \\
 & + 3.164 \times 10^{34} s + 1.360 \times 10^{36})
 \end{aligned}$$

4. シミュレーションによる評価

設計された補償器を用いサーボ系を構成した場合の制御性能をシミュレーションにより評価し、従来法である古典制御理論に基づく設計の場合と比較した。

4.1 周波数応答評価 H_∞ 制御理論, 古典制御理論それぞれに基づく補償器により制御されたサーボ系において, 式(18)で表される目標位置 r から焦点位置 y の間の伝達行列の周波数応答を求めることでサーボ制御の性能と干渉低減性を評価する。

$$G_{cl} = GK(I + GK)^{-1} \quad (18)$$

位相補償器についてはサーボ制御能力を H_∞ 制御と揃えるため, サーボループの定常ゲインや制御帯域が一致するものを位相進み遅れ補償を用いて式(19)のように設計した。

$$\begin{aligned}
 K &= \begin{bmatrix} K_{ff} & K_{ft} \\ K_{tf} & K_{tt} \end{bmatrix} \\
 K_{ff} &= 40 \cdot \frac{1 + s/600\pi}{1 + s/200\pi} \cdot \frac{1 + s/800\pi}{1 + s/6000\pi} \\
 K_{tf} &= 0 \\
 K_{ft} &= 0 \\
 K_{tt} &= 500 \cdot \frac{1 + s/800\pi}{1 + s/100\pi} \cdot \frac{1 + s/900\pi}{1 + s/8000\pi}
 \end{aligned} \quad (19)$$

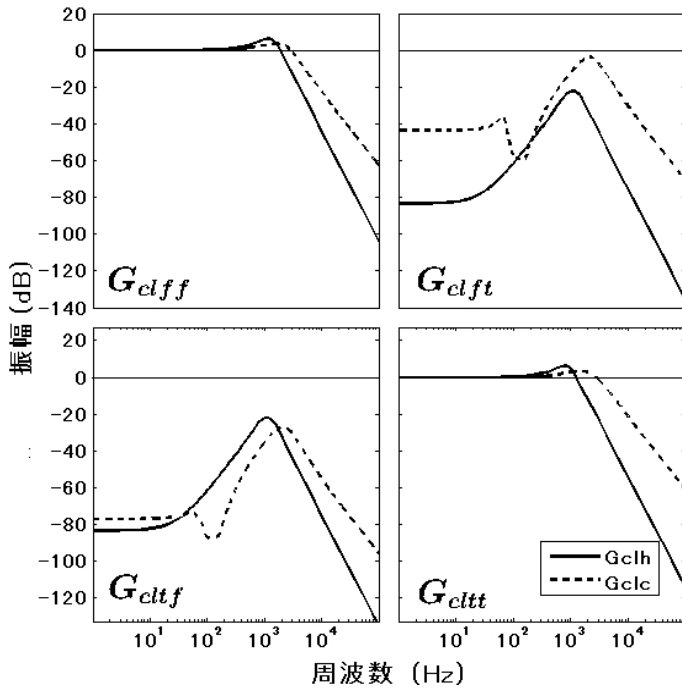


図11 閉ループ系のゲイン特性

閉ループ系 G_{cl} は2入出力の伝達行列であり、4つの伝達関数からなる。これらを入出力に対応した添字により式(20)のように定義する。また図11に各伝達関数のゲイン特性を示す。

$$y = \begin{bmatrix} y_f \\ y_t \end{bmatrix} = G_{cl} r = \begin{bmatrix} G_{clff} & G_{clft} \\ G_{cltf} & G_{cltt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_f \\ r_t \end{bmatrix} \quad (20)$$

サーボ制御の性能は G_{clff} , G_{cltt} のゲイン特性から評価でき、これらのゲインが制御帯域で0に近ければ y が r にほぼ一致し、追従偏差が小さいことを示す。また干渉低減効果は G_{clft} , G_{cltf} のゲイン特性から評価でき、これらのゲインが小さい方がより干渉を低減できていることを示す。図11の G_{clff} , G_{cltt} から明らかなように制御性能自体には大差がないが、干渉要素 G_{clft} および G_{cltf} のゲインは制御帯域で \mathcal{H}_∞ 制御によるもののほうが下回っている。定常値ではフォーカシング方向からトラッキング方向への干渉で6dB、トラッキング方向からフォーカシング方向で40dB以上の干渉低減効果を期待できる。

4.2 時間領域での評価 周波数領域での評価を確認するため、時間領域での応答をシミュレーションにより評価した。図12はフォーカシング・トラッキング方向にそれぞれ目標値信号 r_f , r_t を与えた際の偏差量 e_f , e_t を示したものである。目標値信号はCDの等倍再生時に主モードとなる8Hzの正弦波を単位振幅で印加し、干渉が制御性能に最も悪影響を与えるよう位相を反転させている。同図から明らかなように、個々の一巡ゲインを統一しているにも関わらず \mathcal{H}_∞ 制御を用いたほう

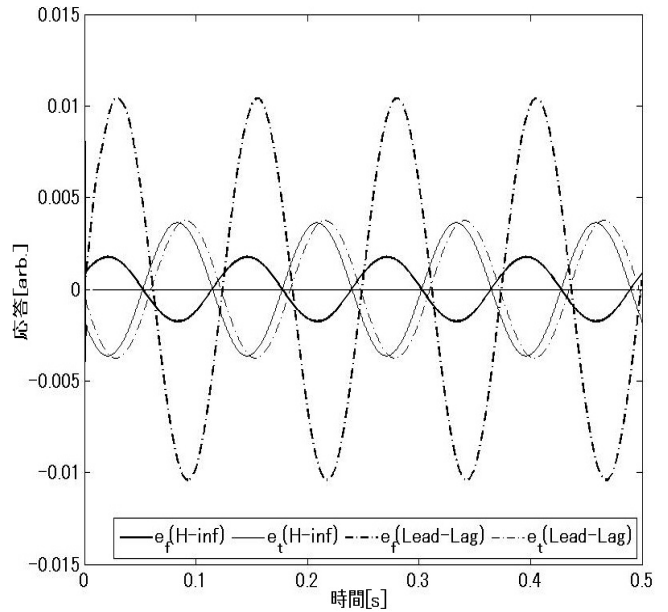


図12 従来法と提案法の時間応答の比較

が偏差量が小さくなっており、干渉低減の効果が現れていると言える。また周波数応答で示したとおり、特にフォーカシング方向の偏差でその差が顕著である。

5. 結論

本研究の目的は光ピックアップのフォーカシング、トラッキングサーボ制御において、これらの相互干渉を低減することであった。そのために本研究ではまずシステム同定により光ピックアップのモデル化を行いサーボアクチュエータの干渉を考慮した特性を得た。次に得られたモデルに対して \mathcal{H}_∞ 制御による制御器を設計した。そして提案法である \mathcal{H}_∞ 制御と従来法である古典制御(位相補償)の干渉量を周波数領域および時間領域のシミュレーションにより比較し、提案法が干渉低減に寄与していることを確認した。特にトラッキング方向からフォーカシング方向へは40dB以上の高い減衰効果が得られた。

現在、本研究では実際のCDドライブを模した実験装置を製作し、DSPにより制御器を構成することで実機による実験を行なっている。今後はこの実機を用い、シミュレーションにより確認された干渉低減効果の実証を行う予定である。

参考文献

- (1) 米澤 実：「DVD装置における計測制御技術」, 計測と制御 第43巻 第3号, p.257, 2004.
- (2) 村山登ほか：「光ディスク技術」, ラジオ技術社, pp.135-150, 1988.
- (3) 角田義人：「光ディスクストレージの基礎と応用」, 電子情報通信学会, p.98, p.102, 2001.