変位出力を用いたプロパーな局所コントローラによる大型柔軟宇宙構造物の分散制御

井本　廉*　　　小林　洋二**

Decentralized Control for Large Flexible Space Structures by Local Proper Controllers Using Displacement Output

Ren IMOTO*　　　Yohji KOBAYASHI**

ABSTRACT

This paper considers decentralized position and attitude control of large flexible space structures under the assumption of sensors and actuators collocation. The structures are composed of a number of subsystems interconnected by flexible links which are modelled by springs and dampers. It has been known that Direct Velocity and Displacement Feedback(DVDFB) realizes robust stabilization against uncertain characteristic parameters of the structures. However, to implement DVDFB, both velocity sensors and displacement sensors are required. For reduction of costs, it is desired not to use velocity sensors, so that we employ local proper controllers which use only displacement output. After introducing the controllers, we derive a condition for robust stabilization of closed-loop subsystems and that of an overall closed-loop system which is composed of a number of the closed-loop subsystems. Finally, we present a numerical example to show that a flexible space structure is robustly stabilized by the proposed method.

Keywords : large flexible space structure, decentralized control, displacement output, proper controller

1.　はじめに

太陽光発電衛星のような大型柔軟宇宙構造物[1)]の位置と姿勢を制御するためには，まず構造物の特性パラメータの不確かさに対して閉ループシステムをロバスト安定化する必要がある．これは，柔軟な構造物の特性パラメータを地上で正確に同定することが困難となるからである．次に，望ましい応答特性を実現するために構造物の振動を制御する必要がある．大型宇宙構造物は打上げコスト削減により，軽量な低減衰の構造になり，その結果として，大型柔軟宇宙構造物は多数の振動モードを持つためである．さらに，大型の構造物は複数のサブシステムに分けて打ち上げられ，宇宙空間で組み立てられるため，サブシステムごとにコントローラを配置することが合理的である．これらの要求を満たす手法として，センサ/アクチュエータ・コロケーションの条件の下で閉ループシステムをロバスト安定化するDirect Velocity and Displacement Feedback(DVDFB)[2)]やDirect Displacement Feedback(DDFB)[3), 4)]が提案されている．しかしながら，DVDFBを実装するためには速度センサと変位センサが必要となり，コストと信頼性の面から望ましくない．また，変位出力のみを用いるDDFBは，文献 3)において一般的な理論として提案され，コントローラのパラメータの具体的な設計手法は示されていない．

本稿では，変位出力のみを用いたプロパーな局所コントローラによって閉ループ全体システムをロバスト安定化する分散制御手法を提案する．ここで提案する手法は，文献 5)に示された一次のプロパーなコントローラの次数を拡張したものであり，DDFBにおけるコントローラのパラメータの具体的な設計手法の一つとなっている．

2.　制御対象の記述

本章ではℓ個のサブシステムからなる構造物を考える．第i番目のサブシステムの運動は次の二階微分方程式で表される．

$$M_i\ddot{q}_i(t) + D_i\dot{q}_i(t) + K_iq_i(t) = L_iu_i(t) \qquad (1)$$

ただし，$q_i(t) \in \Re^{n_i}$は変位ベクトル，$u_i(t) \in \Re^{r_i}$は操作入力ベクトル，$y_i(t) \in \Re^{r_i}$は変位出力ベクトルである．またM_i，D_i，$K_i \in \Re^{n_i \times n_i}$はそれぞれ質量，減衰，剛性を表す行列であり，$M_i$は正定行列，$D_i$，$K_i$は半正定行列である．$D_i$，$K_i$が半正定行列であることは，宇宙空間における剛体モードの存在による．ここで，D_i，K_iにおいて次式が成り立つと仮定する．

$$\mathrm{rank}\ [\ D_i\ \ K_i\ ]\ = \mathrm{rank}\ D_i\ = \mathrm{rank}\ K_i \qquad (2)$$

(1)式において行列$L_i \in \Re^{n_i \times r_i}$は構造物への入力の伝わり方を表し，アクチュエータの配置によって決まる．センサとアクチュエータを同位置・同方向に配置するセンサ/アクチュエータ・コロケーションの場合，変位

*専攻科　機械システム工学専攻
**機械工学科　教授

出力$y_i(t)$は次式で表される．

$$y_i(t) = {L_i}^T q_i(t) \tag{3}$$

${L_i}^T$は出力の検出のされ方を表し，センサの配置によって決まる行列である．ここで，次式を仮定する．

$$\mathrm{rank}\ [\ D_i\ \ L_i\ ]\ =\ \mathrm{rank}\ [\ K_i\ \ L_i\ ]\ =\ n_i \tag{4}$$

この式は第i番目のサブシステムの剛体モードが可制御かつ可観測であることを意味している．

3. サブシステムの局所コントローラ

大型柔軟宇宙構造物を制御する手法として変位センサと速度センサを用いるDVDFB [2]が提案されている．しかし，実装時のコスト削減と信頼性の点から，二種類のセンサを用いることは望ましくない．近似DVDFB [5]では変位出力のみをフィードバックし，一次のプロパーな局所コントローラを用いて閉ループサブシステムを構成している．このとき，局所コントローラを位相進み補償器として実装すれば，閉ループサブシステムをロバスト安定化できることが報告されている [5]．そこで，本稿では近似DVDFBにおける局所コントローラの次数を拡張することで，多数の振動モードに対して位相進み補償を行う．ここで，第i番目のサブシステムに対するN_i次のプロパーな局所コントローラを次式で表す．

$$u_i(s) = -\frac{\gamma_i(s+\alpha_{i1})(s+\alpha_{i2})\cdots(s+\alpha_{iN_i})}{(s+\beta_{i1})(s+\beta_{i2})\cdots(s+\beta_{iN_i})}R_i y_i(s) \tag{5}$$

ただし，γ_i，α_{ik}，$\beta_{ik}(k=1,2,\cdots,N_i)$は正のスカラ，$R_i \in \Re^{r_i\times r_i}$は任意の正定行列である．文献 5) と同様に局所コントローラを位相進み補償器として用いることを考え，このコントローラのパラメータを

$$\alpha_{i\hat{k}-1} < \beta_{i\hat{k}-1} < \alpha_{i\hat{k}} < \beta_{i\hat{k}} < \alpha_{i\hat{k}+1} < \beta_{i\hat{k}+1} \tag{6}$$
$$(\hat{k} = 2,3,\cdots,N_i-1)$$

と選ぶ．このとき，第i番目の閉ループサブシステムのブロック線図を **Fig.** 1に示す．

(5)式の局所コントローラを次の状態方程式と出力方程式で実現する．

$$\dot{z}_{ik}(t) = -\beta_{ik}z_{ik}(t) + \sqrt{\gamma_i A_{ik}}R_i^{1/2}L_i^T q_i(t) \tag{7}$$

$$\begin{aligned} u_i(t) =& -\gamma_i R_i L_i^T q_i(t) \\ &+ \left[\sqrt{\gamma_i A_{i1}}R_i^{1/2} \quad \cdots \quad \sqrt{\gamma_i A_{iN_i}}R_i^{1/2}\right] z_i(t) \end{aligned} \tag{8}$$

$$z_i(t) = [z_{i1}(t) \quad \cdots \quad z_{iN_i}(t)]^T$$

ただし，$z_{ik}(t) \in \Re^{r_i}(k=1,2,\cdots,N_i)$であり，$z_i(t) \in \Re^{N_i\cdot r_i}$はコントローラの状態ベクトルである．ここで，(6)式が成り立つとき，付録よりA_{ik} $(k=1,2,\cdots,N_i)$は正のスカラになることに注意する．

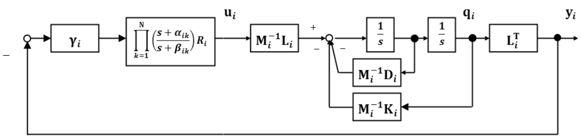

Fig. 1 Block diagram of the i-th closed-loop subsystem

4. 閉ループサブシステム

4.1 閉ループサブシステムの記述 (7)，(8)式の局所コントローラと(1)，(3)式の構造物からなる閉ループサブシステムは次式で表される．

$$M_i\ddot{q}_i(t) + D_i\dot{q}_i(t) + K_{i11}q_i(t) + K_{i12}z_i(t) = 0 \tag{9}$$

$$\dot{z}_i(t) + K_{i12}^T q_i(t) + K_{i22}z_i(t) = 0 \tag{10}$$

ただし，行列$K_{i11} \in \Re^{n_i\times n_i}$，$K_{i12} \in \Re^{n_i\times N_i\cdot r_i}$，$K_{i22} \in \Re^{N_i\cdot r_i\times N_i\cdot r_i}$は次の通りである．

$$\begin{aligned} K_{i11} &= K_i + \gamma_i L_i R_i L_i^T \\ K_{i12} &= -L_i\left[\sqrt{\gamma_i A_{i1}}R_i^{1/2} \quad \cdots \quad \sqrt{\gamma_i A_{iN_i}}R_i^{1/2}\right] \\ K_{i22} &= \mathrm{block\ diag}\{\beta_{ik}I_{r_i}\}_{k=1,2,\cdots,N_i} \end{aligned}$$

4.2 閉ループサブシステムのロバスト安定性 (9)，(10)式で表される閉ループサブシステムの安定性について，次の定理が成り立つ．

[定理 1] (5)式の局所コントローラのパラメータが(6)式を満たすとき，(9)，(10)式で表される閉ループサブシステムは安定である．

(証明) 文献 3) の安定化条件より，(9)，(10)式で表される閉ループサブシステムは，次の条件を満たすとき安定である．

[1] $M_i > 0,\ \ D_i \geq 0$

[2] $\begin{bmatrix} K_{i11} & K_{i12} \\ K_{i12}^T & K_{i22} \end{bmatrix} > 0$

[3] $[\ D_i\ K_{i12}\ ]$:行フルランク

条件 [1] は質量行列M_iの正定性，減衰行列D_iの半正定性より成り立つ．条件 [3] は(4)式の仮定より成り立つ．条件 [2] については以下のようにして示すことができる．

条件 [2] は，次式が成り立つことと等価である．

$$K_{i22} > 0 \text{ かつ } K_{i11} - K_{i12}K_{i22}^{-1}K_{i12}^T > 0 \tag{11}$$

ここで，$\beta_{ik} > 0$より$K_{i22} > 0$である．そして，$K_{i11} - K_{i12}K_{i22}^{-1}K_{i12}^T$を計算すると

$$\begin{aligned} K_{i11} - &K_{i12}K_{i22}^{-1}K_{i12}^T \\ &= K_i + \gamma_i L_i R_i L_i^T - \gamma_i \sum_{k=1}^{N_i}\frac{A_{ik}}{\beta_{ik}}L_i R_i L_i^T \\ &= \frac{\gamma_i}{\prod_{k=1}^{N_i}\beta_{ik}}\left\{\prod_{k=1}^{N_i}\beta_{ik} - \sum_{k=1}^{N_i}(A_{ik}\prod_{\substack{p=1\\p\neq k}}^{N_i}\beta_{ip})\right\} \end{aligned}$$

となる．この式の右辺は，付録の(A-4)式を用いることにより

$$K_{i11}-K_{i12}K_{i22}^{-1}K_{i12}^T = K_i+\gamma_i\prod_{k=1}^{N_i}\left(\frac{\alpha_{ik}}{\beta_{ik}}\right)L_iR_iL_i^T>0 \qquad (12)$$

と変形できる．(4)式の仮定から(12)式の右辺は正定になり，$K_{i11}-K_{i12}K_{i22}^{-1}K_{i12}^T>0$となることから，条件[2] が成り立つ．

以上のことから，(6)式が満たされるとき，上の条件 [1]～ [3]が成り立ち，(9)，(10)式で表される閉ループサブシステムは安定である． **(証明終わり)**

閉ループサブシステムの安定性は構造物の特性パラメータには依存せず，$M_i>0$，$D_i\geq 0$，$K_i\geq 0$であれば**定理 1** は成り立つ．したがって，(6)式を満たすように局所コントローラのパラメータを選ぶことによって，閉ループサブシステムをロバスト安定化できる．

5. 閉ループ全体システム

5.1 閉ループ全体システムの記述 ここではバネとダンパで近似される柔軟なリンクで ℓ 個の閉ループサブシステムを柔結合した大型柔軟宇宙構造物の閉ループ全体システムの運動について記述する．結合項を付加した第i番目の閉ループサブシステムは次式で表される．

$$\begin{aligned}
&M_i\ddot{q}_i(t)+D_i\dot{q}_i(t)+K_{i11}q_i(t)+K_{i12}z_i(t)\\
&\quad=\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{\ell}N_{ij}\left[D_{cij}\{N_{ji}^T\dot{q}_j(t)-N_{ij}^T\dot{q}_i(t)\}\right]\\
&\qquad+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{\ell}N_{ij}\left[K_{cij}\{N_{ji}^Tq_j(t)-N_{ij}^Tq_i(t)\}\right]\\
&\dot{z}_i(t)+K_{i12}^Tq_i(t)+K_{i22}z_i(t)=0\\
&\qquad\qquad i=1,2,\cdots,\ell
\end{aligned}$$

ただし，行列N_{ij}はサブシステムの結合の仕方を表し，第i番目のサブシステムにおける第j番目のサブシステムとの結合点の配置によって決まる．D_{cij}，K_{cij}はそれぞれサブシステムの結合に用いられる柔軟なリンクのダンパ，バネの特性を表す正定行列である．また，第i番目と第j番目のサブシステムにおいて，$q_i(t)=0$，$q_j(t)=0$のとき，結合に用いられるバネは自然長であるものとする．このとき，閉ループ全体システムは次式のように表される．

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{q}}(t)+\tilde{D}\dot{\tilde{q}}(t)+\tilde{K}_{11}\tilde{q}(t)+\tilde{K}_{12}\tilde{z}(t)=0 \qquad (13)$$

$$\dot{\tilde{z}}(t)+\tilde{K}_{12}^T\tilde{q}(t)+\tilde{K}_{22}\tilde{z}(t)=0 \qquad (14)$$

ただし，ベクトルと行列は以下に示す通りである．

$$\begin{aligned}
\tilde{q}(t)&=\begin{bmatrix}q_1^T(t) & q_2^T(t) & \cdots & q_\ell^T(t)\end{bmatrix}^T\\
\tilde{z}(t)&=\begin{bmatrix}z_1^T(t) & z_2^T(t) & \cdots & z_\ell^T(t)\end{bmatrix}^T\\
\tilde{M}&=\text{block diag}\{M_i\}_{i=1,2,\cdots,\ell}\\
\tilde{D}&=\text{block diag}\{D_i\}_{i=1,2,\cdots,\ell}+\sum_{i=1}^{\ell-1}\sum_{j=i+1}^{\ell}\tilde{N}_{ij}D_{cij}\tilde{N}_{ij}^T\\
\tilde{K}_{11}&=\text{block diag}\{K_i+\gamma_iL_iR_iL_i^T\}_{i=1,2,\cdots,\ell}\\
&\quad+\sum_{i=1}^{\ell-1}\sum_{j=i+1}^{\ell}\tilde{N}_{ij}K_{cij}\tilde{N}_{ij}^T\\
\tilde{K}_{12}&=\text{block diag}\{K_{i12}\}_{i=1,2,\cdots,\ell}\\
\tilde{K}_{22}&=\text{block diag}\{K_{i22}\}_{i=1,2,\cdots,\ell}
\end{aligned}$$

なお，行列$\tilde{N}_{ij}$はサブシステムの結合によって決まり，次式で表されるように第iブロックはN_{ij}，第jブロックは$-N_{ji}$，それ以外の要素はすべて0となる行列である．

$$\tilde{N}_{ij}=[\ \cdots\ \underset{i}{N_{ij}^T}\ \cdots\ \underset{j}{-N_{ji}^T}\ \cdots]^T \qquad (15)$$

5.2 閉ループ全体システムのロバスト安定性 前節の(13)，(14)式で表される閉ループ全体システムの安定性について，次の定理が成り立つ．

[定理 2] 閉ループ全体システム(13)，(14)式において，すべてのサブシステムの局所コントローラのパラメータが

$$\alpha_{i\hat{k}-1}<\beta_{i\hat{k}-1}<\alpha_{i\hat{k}}<\beta_{i\hat{k}}<\alpha_{i\hat{k}+1}<\beta_{i\hat{k}+1} \qquad (16)$$
$$(\hat{k}=2,3,\cdots,N_i-1,\ i=1,2,\cdots.\ell)$$

を満たすとき，閉ループ全体システムは安定である．

(証明) **定理 1**の証明と同様に，文献 3)の安定化条件より，(13)，(14)式の係数行列が次式を満たすとき，閉ループ全体システムは安定である．

$$\begin{aligned}
&[1]'\ \tilde{M}>0,\ \ \tilde{D}\geq 0\\
&[2]'\ \begin{bmatrix}\tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{12}\\ \tilde{K}_{12}^T & \tilde{K}_{22}\end{bmatrix}>0\\
&[3]'\ [\ \tilde{D}\ \ \tilde{K}_{12}\ ]\text{:行フルランク}
\end{aligned} \qquad (17)$$

条件[1]′は$\tilde{M}>0$，$\tilde{D}\geq 0$であることより成り立つ．条件[3]′は(4)式の仮定より成り立つ．また，条件[2]′は$\tilde{K}_{22}>0$かつ$\tilde{K}_{11}-\tilde{K}_{12}\tilde{K}_{22}^{-1}\tilde{K}_{12}^T>0$が成り立つことと等価であり，この二式が成り立つことは以下のようにして示すことができる．

まず，$\beta_{ik}>0$より$\tilde{K}_{22}>0$である．そして，$\tilde{K}_{11}-\tilde{K}_{12}\tilde{K}_{22}^{-1}\tilde{K}_{12}^T$を計算すると

$$\begin{aligned}
&\tilde{K}_{11}-\tilde{K}_{12}\tilde{K}_{22}^{-1}\tilde{K}_{12}^T\\
&\quad=\text{block diag}\left\{K_i+\gamma_i\prod_{k=1}^{N_i}\left(\frac{\alpha_{ik}}{\beta_{ik}}\right)L_iR_iL_i^T\right\}_{i=1,2,\cdots,\ell}\\
&\qquad+\sum_{i=1}^{\ell-1}\sum_{j=i+1}^{\ell}\tilde{N}_{ij}K_{cij}\tilde{N}_{ij}^T
\end{aligned}$$

となる．この右辺第一項は(4)式の仮定より

$$\text{block diag}\left\{K_i+\gamma_i\prod_{k=1}^{N_i}\left(\frac{\alpha_{ik}}{\beta_{ik}}\right)L_iR_iL_i^T\right\}_{i=1,2,\cdots,\ell}>0$$

となり，第二項は少なくとも半正定であるため，$\tilde{K}_{11}-\tilde{K}_{12}\tilde{K}_{22}^{-1}\tilde{K}_{12}^T>0$となる．よって，条件[2]$'$が成り立つ．

以上のことから，(16)式が満たされるとき，条件[1]$'$ ～ [3]$'$が成り立ち，(13)，(14)式で表される閉ループ全体システムは安定である． **(証明終わり)**

閉ループサブシステムの場合と同様に，閉ループ全体システムの安定性は構造物の特性パラメータには依存せず，$\tilde{M}>0$，$\tilde{D}\geq 0$，$\tilde{K}\geq 0$であれば**定理 2** は成り立つ．したがって，(16)式を満たすように局所コントローラのパラメータを選ぶことによって，閉ループ全体システムをロバスト安定化できる．

6. 数値例

6.1 制御対象の記述 例として**Fig.** 2のような柔軟宇宙構造物を考える．**Fig.** 2では，二つの剛体がバネとダンパで近似される柔軟なリンクによって縦方向に結合された宇宙構造物を一つのサブシステムとし，二つのサブシステムが横方向に柔軟なリンクで柔結合されているものとする．第i番目のサブシステムの第j番目の剛体の質量をm_{ij}，慣性モーメントをJ_{ij}で表す．各剛体はx_{ij}方向とy_{ij}方向の並進運動と，質量中心O_{ij}回りのθ_{ij}方向の回転運動を行うものとする．また，剛体を結合する縦方向のリンクのダンパ定数とバネ定数を d_{vi}，k_{vi} で表し，横方向のリンクのダンパ定数とバネ定数を d_{ci}，k_{ci} で表す．結合点ijkは第iサブシステムの第j番目の剛体におけるk番目の結合点を表し，ℓ_{ijk}は剛体の質量中心から結合点ijkまでの距離を表す．ψ_{ijk}は質量中心と結合点ijkを結ぶ線分と剛体の辺がなす角度を表し，ϕ_{ijk}は剛体の辺と斜めに取り付けられた柔軟なリンクがなす角度を表す．センサおよびアクチュエータは剛体11と剛体22の質量中心に配置される．センサは剛体$ii(i=1,2)$の変位x_{ii}，y_{ii}と角変位θ_{ii}を検出し，アクチュエータは操作入力としてx_{ii}方向y_{ii}方向に力を加え，質量中心O_{ii}回りにトルクを加えるものとする．なお，すべての剛体において$x_{ij}=0$，$y_{ij}=0$，$\theta_{ij}=0$で静止しているとき，剛体間の柔軟なリンクのダンパとバネにより発生する力およびトルクは0であるとする．第i番目のサブシステムの運動は，変位ベクトルを

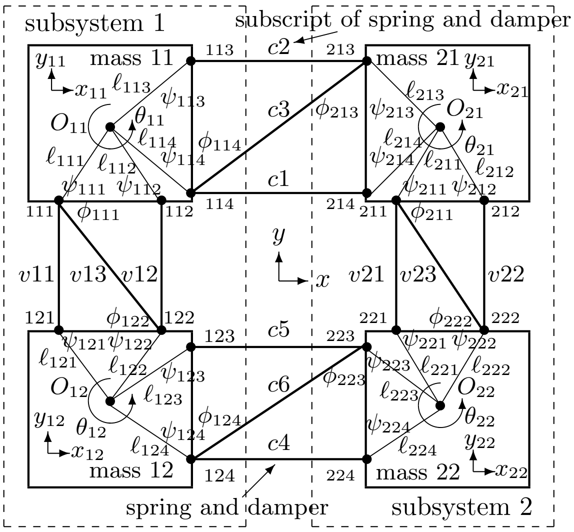

Fig. 2 Space structure

$$q_i(t)=[\ x_{i1}(t)\ y_{i1}(t)\ \theta_{i1}(t)\ x_{i2}(t)\ y_{i2}(t)\ \theta_{i2}(t)\ ]^T$$

と選ぶことにより，サブシステムの運動を(1)，(3)式の形で表すことができる．なお，そのとき(1)式の係数行列は次式で表される．

$$M_i=\text{diag}\{m_{i1},\ m_{i1},\ J_{i1},\ m_{i2},\ m_{i2},\ J_{i2}\}$$

$$D_i=\begin{bmatrix} N_{i1}\\ -N_{i2}\end{bmatrix}D_{vi}\begin{bmatrix} N_{i1}^T & -N_{i2}^T\end{bmatrix}$$

$$K_i=\begin{bmatrix} N_{i1}\\ -N_{i2}\end{bmatrix}K_{vi}\begin{bmatrix} N_{i1}^T & -N_{i2}^T\end{bmatrix}$$

$$N_{i1}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\cos\phi_{i11}\\ 1 & 1 & \sin\phi_{i11}\\ -\ell_{i11}\cos\psi_{i11} & \ell_{i12}\cos\psi_{i12} & -\ell_{i11}\sin(\psi_{i11}+\phi_{i11})\end{bmatrix}$$

$$N_{i2}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\cos\phi_{i22}\\ 1 & 1 & \sin\phi_{i22}\\ -\ell_{i21}\cos\psi_{i21} & \ell_{i22}\cos\psi_{i22} & \ell_{i22}\sin(\psi_{i22}+\phi_{i22})\end{bmatrix}$$

$$D_{vi}=\text{diag}\{d_{vi1},d_{vi2},d_{vi3}\}$$

$$K_{vi}=\text{diag}\{k_{vi1},k_{vi2},k_{vi3}\}$$

$$L_1=\begin{bmatrix} I_3 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad L_2=\begin{bmatrix} 0 & 0\\ 0 & I_3\end{bmatrix}$$

ここで，N_{i1}，N_{i2}は，第i番目のサブシステム内の剛体の結合の仕方を表し，D_{vi}，K_{vi}はサブシステム内の剛体を柔結合するリンクのダンパとバネの特性を表す行列である．

6.2 コントローラのパラメータの決定 ここで，宇宙構造物の剛体の質量[kg]と慣性モーメント[kg m^2]，結合に用いる柔軟なリンクのダンパ定数[Ns/m]とバネ定数[N/m]，リンク長ℓ_{ijk}[m]とリンクの取り付け角ψ_{ijk}[rad]，ϕ_{ijk}[rad]を次のように与える．

Table 1 Parameters of the space structure in **Fig.** 2

m_{11}	1	m_{12}	5	m_{21}	1	m_{22}	1.5
J_{11}	50	J_{12}	80	J_{21}	20	J_{22}	40
k_{vij}	5	k_{cij}	5	d_{vij}	0.01	d_{cij}	0.01
ℓ_{ijk}	1	ψ_{ijk}	$\pi/3$	ϕ_{ijk}	$\pi/3$		

このとき，第i番目のサブシステムは三つの角周波数$\omega_{ij}(i=1,2,\ j=1,2,3)$ の振動モードをもつ．ここでは，これらの角周波数において位相を進めるようにコントローラのパラメータを決定し，振動の抑制を図る．

そのために，三次のプロパーな局所コントローラを用いる．ただし，二つのサブシステムは異なる角周波数に振動モードを持つため，サブシステム毎に局所コントローラのパラメータを設計する．第iサブシステムの局所コントローラを次式で表す．

$$u_i(s) = -\frac{\gamma_i(s+\alpha_{i1})(s+\alpha_{i2})(s+\alpha_{i3})}{(s+\beta_{i1})(s+\beta_{i2})(s+\beta_{i3})}R_i y_i(s) \quad (18)$$

ここで，第j番目$(j=1,2,3)$の位相進み要素において角周波数をω_{ij} [rad/s]，最大位相進み量をΦ_{mij} [degree]，折点角周波数を$1/T_{ij}$で表すと，次式が成り立つ．

$$\omega_{ij} = \frac{1}{T_{ij}\sqrt{a_{ij}}}, \quad \sin\Phi_{mij} = \frac{a_{ij}-1}{a_{ij}+1} \quad (19)$$
$$\alpha_{ij} = \frac{1}{a_{ij}T_{ij}}, \quad \beta_{ij} = \frac{1}{T_{ij}} \quad (i=1,2, \quad j=1,2,3)$$

ただし，a_{ij} は1以上のスカラである．位相進み量 Φ_{mij} を30 [degree] $(i=1,2, \quad j=1,2,3)$とすると，α_{ij}，β_{ij} を**Table** 2のように決定することができる．また，これらの値は **定理 2** の閉ループ全体システムの安定化条件(16)式を満たしている．

Table 2 Parameters of local controllers

α_{11}	0.164	β_{11}	0.493	α_{21}	0.248	β_{21}	0.744
α_{12}	0.618	β_{12}	1.855	α_{22}	0.746	β_{22}	2.239
α_{13}	2.379	β_{13}	7.136	α_{23}	2.805	β_{23}	8.416

次に，速応性を向上させるために各サブシステムのγ_i を次式で与える．

$$\gamma_i = 3\prod_{j=1}^{N}\left(\frac{\beta_{ij}}{\alpha_{ij}}\right), \quad i=1,2 \quad (20)$$

Table 2と(20)式より，$\gamma_i = 81.0 \ (i=1,2)$ となる．

6.3 閉ループ全体システムの初期値応答 ここでは，閉ループサブシステムを横方向に柔結合して得られる閉ループ全体システムの初期値応答を計算し，安定性を評価する．初期値として

$$\begin{array}{lll} q_1(0) = & [\ 0.1 \quad 0 \quad -0.1 \quad 0 \quad 0 \quad 0\ ]^T \\ q_2(0) = & [\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.1 \quad 0 \quad -0.1\ ]^T \end{array} \quad (21)$$

を与えた場合の初期値応答を **Fig.** 3，**Fig.** 4に示す．

Fig. 3，**Fig.** 4より，閉ループ全体システムの初期値応答は原点に収束しており，閉ループ全体システムは安定化されていることがわかる．

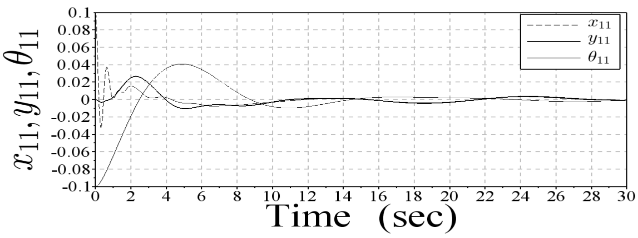

Fig. 3 Initial-state responses of subsystem 1

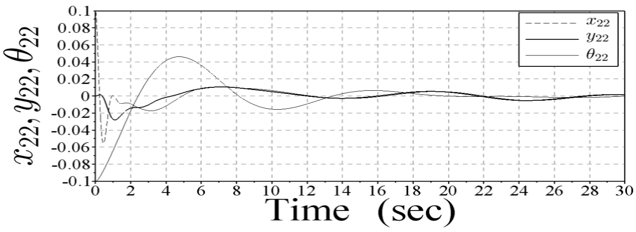

Fig. 4 Initial-state responses of subsystem 2

6.4 閉ループ全体システムのロバスト安定化 ここでは，構造物の特性パラメータの不確かさにより，剛体の質量と慣性モーメント，リンクのバネ定数とダンパ定数が設計モデルと実システムの間で異なる場合を考える．各剛体の質量と慣性モーメント，リンクのバネ定数が，設計モデルでは**Table** 1，実システムでは**Table** 3で与えられるものとする．ただし，各剛体のリンク長とリンクの取り付け角は**Table** 1と同じ値であるとする．

Table 3 Parameters of space structures with uncertainty of characteristic parameters

m_{11}	5	m_{12}	10	m_{21}	5	m_{22}	15
J_{11}	80	J_{12}	100	J_{21}	40	J_{22}	60
k_{vij}	10	k_{cij}	10	d_{vij}	0.001	d_{cij}	0.001

Table 3の特性パラメータを持つ構造物を，**6.2**で設計した局所コントローラによって制御した閉ループ全体システムの初期値応答を**Fig.** 5，**Fig.** 6に示す．なお，初期値は(21)式で与えた．

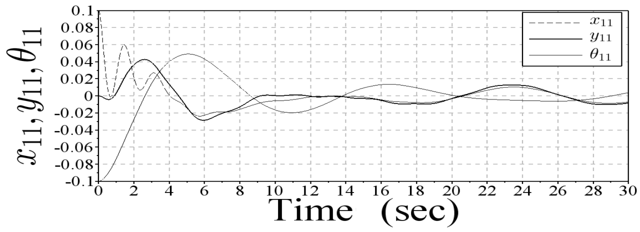

Fig. 5 Initial-state responses of subsystem 1 with characteristic parameters in **Table** 3

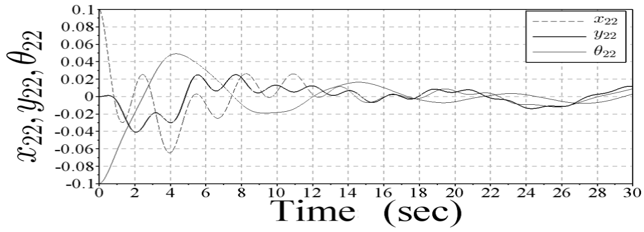

Fig. 6 Initial-state responses of subsystem 2 with characteristic parameters in **Table** 3

Fig. 5，**Fig.** 6より構造物の特性パラメータの値に不確かさが存在しても，閉ループ全体システムの初期値応答は原点に収束することがわかる．したがって，閉ループ全体システムはロバスト安定化されている．

7. おわりに

本稿では，大型柔軟宇宙構造物の位置と姿勢を制御するシステムにおいて，センサ/アクチュエータ・コロケーションの前提のもとで，変位出力のみを用いたプロパーな局所コントローラによる分散制御手法を提案した．まず，大型宇宙構造物をサブシステムごとに記述し，プロパーな局所コントローラに変位出力のみをフィードバックして閉ループサブシステムを構成する手法を提案した．次に，閉ループサブシステムをバネとダンパで近似される柔軟なリンクで柔結合し，閉ループ全体システムを構成する手法を提案した．そしてこれらの手法により，閉ループサブシステムおよび閉ループ全体システムをロバスト安定化できることを示した．

最後に，提案法の有効性を示すために，二つのサブシステムからなる柔軟宇宙構造物を分散制御する数値例を与えた．そこでは，共振角周波数ごとに位相進み補償を行い，かつロバスト安定化条件を満たすように局所コントローラのパラメータを決定することによって，閉ループ全体システムを安定化できることを示した．さらに，構造物の特性パラメータの値に不確かさが存在しても，閉ループ全体システムの安定性が保たれ，提案法によって閉ループ全体システムをロバスト安定化できることを示した．

付録

(5)式で表されるコントローラは

$$u_i(s) = -\gamma_i \prod_{k=1}^{N_i} \left(\frac{s+\alpha_{ik}}{s+\beta_{ik}} \right) \tag{A-1}$$

$$= -\gamma_i \left[1 - \left\{ \prod_{k=1}^{N_i}(s+\beta_{ik}) - \prod_{k=1}^{N_i}(s+\alpha_{ik}) \right\} \Big/ \prod_{k=1}^{N_i}(s+\beta_{ik}) \right] \tag{A-2}$$

と変形できる．また，(A-1)式を部分分数分解すると

$$u_i(s) = -\gamma_i \left[1 - \sum_{k=1}^{N_i} \left(\frac{A_{ik}}{s+\beta_{ik}} \right) \right] \tag{A-3}$$

と表すことができる．ただし，A_{ik}はスカラである．(A-2)，(A-3)式より次の関係式が得られる．

$$\prod_{k=1}^{N_i}(s+\beta_{ik}) - \prod_{k=1}^{N_i}(s+\alpha_{ik}) = \sum_{k=1}^{N_i} \left\{ A_{ik} \prod_{\substack{p=1 \\ p\neq k}}^{N_i}(s+\beta_{ip}) \right\} \tag{A-4}$$

また，上式は

$$S = T\hat{A} \tag{A-5}$$

と表すことができる．ただし$S \in \Re^{N_i}$における第 k 行成分，$T \in \Re^{N_i \times N_i}$における第 k 行，第 m 列成分，$\hat{A} \in \Re^{N_i}$における第 k 行成分は，それぞれ次に示す通りである．

$$S(k) = \sum_{p_1=1}^{N_i+1-k} \sum_{p_2=2}^{N_i+2-k} \cdots \sum_{p_k=k}^{N_i} (\beta_{ip_1}\beta_{ip_2}\cdots\beta_{ip_k} - \alpha_{ip_1}\alpha_{ip_2}\cdots\alpha_{ip_k})$$

$$T(k,m) = \begin{cases} 1 \quad : \quad k=1\text{のとき} \\ \displaystyle\sum_{\substack{p_1=p_0 \\ p_1\neq m}}^{N_i+2-k} \sum_{\substack{p_2>p_1 \\ p_2\neq m}}^{N_i+3-k} \cdots \sum_{\substack{p_{k-1}>p_{k-2} \\ p_{k-1}\neq m}}^{N_i} \beta_{ip_1}\beta_{ip_2}\cdots\beta_{ip_{k-1}} \\ \quad : \quad k\neq 1\text{のとき, ただし}p_0=1 \end{cases}$$

$$\hat{A}(k) = A_{ik}$$

$$k=1,2,\cdots,N_i,\ m=1,2,\cdots,N_i$$

ここで，(16)式の仮定より

$$\alpha_{i\hat{k}-1} < \beta_{i\hat{k}-1} < \alpha_{i\hat{k}} < \beta_{i\hat{k}} < \alpha_{i\hat{k}+1} < \beta_{i\hat{k}+1} \tag{A-6}$$
$$(\hat{k}=2,3,\cdots,N_i-1)$$

であるので

$$|T| = \prod_{\substack{p_1=1 \\ p_1<p_2\leq N_i}}^{N_i-1} (\beta_{ip_1}-\beta_{ip_2}) \neq 0$$

となる．(A-5)式より$\hat{A}=T^{-1}S$と変形でき，$A_{ik}(k=1,2,\cdots,N_i)$は次式で表される．

$$A_{ik} = \frac{(-1)^{i+1}}{|T|} \prod_{\substack{p_1=1 \\ p_1<p_2\leq N_i \\ p_1\neq i}}^{N_i-1} (\beta_{ip_1}-\beta_{ip_2}) \prod_{p=1}^{N_i}(\beta_{ik}-\alpha_{ip})$$

(A-6)式が成り立つとき，上式の右辺の符号を調べることにより，A_{ik}は正となる．

参考文献

1) J. C. Mankins：The Space Solar Power Option，*Aerospace American*，Vo. **35**，pp. 30-36 (1997)

2) 糀谷，池田，木田：Collocated Feedback による宇宙構造物の最適制御，計測自動制御学会論文集，Vol. **25**，No. 8，pp. 882-888 (1989)

3) Fujisaki，Ikeda，Miki： Robust Stabilization of Large Space Structures Via Displacement Feedback，*IEEE Transactions on Automatic Control*，Vol. **46**，No. 12，pp. 1993-1996 (2001)

4) 小林，池田，藤崎：大型宇宙構造物の変位の簡単な動的フィードバックによる最適制御，計測自動制御学会論文集，Vol. **38**，No. 8，pp. 694-701 (2002)

5) 鹿田，小林：変位出力を用いた近似DVDFBによる大型宇宙構造物の分散制御，第**48**回 自動制御連合講演会講演論文集，pp. 303-304 (2005)