# 調和振動荷重による半無限地盤を含む水平成層地盤の P-SV 波の振動・伝播特性

江本浩樹\* 山下典彦\*\* 森源次\*\*\*

## Characteristics of P-SV Wave Motions by Harmonic Loading on Ground Surface And Their Relations with Soil Layered Structures

Hiroki EMOTO\* Norihiko YAMASHITA\*\* Genji MORI\*\*\*

#### ABSTRACT

In order to establish a harmonic wave method to estimate the depth of the soil layer, this paper has examined some of the basic relationships between the depth of the relatively harder soil thin layer and the characteristics of the P-SV wave propagation in layered media and their dynamic response due to the vertical harmonic point load applied on the ground surface. In this examination, the P-SV wave field has been simulated by the finite element method in soil layered media . It has been found from this numerical investigation that the depth of the relatively harder soil thin layer can be estimated from the information of the change of the phase velocity on ground surface at the resonant frequency of the soil layer.

Keywords: harmonic wave, P-SV wave, finite element method

### 1. はじめに

地盤を伝播する波には、実体波である疎密波やせん 断波、そして地盤の表面のみを伝わるレイリー波など が存在する.その中でもレイリー波は、波長が長いほ ど、より地盤深部のせん断波速度を反映する分散性を 持った波である.このレイリー波の性質を利用した地 盤構造推定法に表面波探査法がある.しかし、起振点 近傍では実体波やレイリー波が混在する波となってい る.その為、現在の表面波探査法では、レイリー波を 容易に観測できる様に、実体波がレイリー波に比べて 距離減衰が大きいという性質を利用して、受振器を起 振点より遠方に設置する必要がある.これによって表 面波探査法を実施するには、広いスペースが必要とな り、住宅地などといった建物が密集した地域では実施 が難しい.

また,表面波探査法の測定方法は(1)起振機と2 ~3 個の受振器を用いる測定方法(2)インパルス振 源と多数の受振器を用いる測定方法が提唱されている が,(1)の測定方法は信頼性の点からあまり実施され ておらず,(2)の測定方法が主流となっている.しか し,(2)の測定方法は,多数の受振器を用いる点から 測線長が長くなる傾向にあり,測定方法からも実施に 広いスペースを必要とする事が,表面波探査法の問題

\* 専攻科 都市工学専攻 \*\* 都市工学科 教授

\*\*\* 古野電気株式会社

点であるといえる.

本研究では、表面波探査法を省スペースで実施する 為に(1)起振機と2個の受振器を用いた測定方法(2) 起振点近傍での混在した波の位相速度を用いた測定方 法,これら2つの有効性を検証する事を目的としてい る.具体的には、起振機により発生させた波を、地表 面の起振点近傍に設置した2個の受振器によって測定 し、測定した波形から位相速度を求める. この位相速 度と起振機により発生させた調和振動荷重の周波数の 関係から地盤構造を推定する事が可能であるかを有限 要素法による解析より検証した.解析は、硬い層(埋 設管を模擬したもの)が地盤内に存在する場合,どの ような位相速度の周波数特性を示すのかを調べる為に, 表層が1層からなる1層の水平成層地盤と、表層地盤 中に硬い層がある3層の水平成層地盤を2次元平面ひ ずみ要素によりモデル化し、行った. さらに、3 層の 水平成層地盤にある硬い層の深さ位置を変えた解析モ デルについても解析を行い、硬い層の深さ位置の違い が位相速度の周波数特性に与える影響についても検証 した.

#### 2. 理論

 1 表面波探査法の概要 地盤を伝播する波には 実体波である疎密波(以下 P 波), せん断波(以下 S 波)や地盤の表面のみを伝わるレイリー波などが存在 する.P波,S波のそれぞれの伝播速度をV<sub>S</sub>, V<sub>P</sub>とす れば、それらは式(1)で表される.

$$V_{P} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

$$V_{S} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$
(1)

ここで、Eはヤング率、 $\rho$ は質量密度、Gはせん断弾 性係数、vはポアソン比である.

レイリー波は、実体波よりも距離減衰が小さいという性質がある.さらにレイリー波は、図1に示すように地盤内を伝播する時、波長が長い(低周波数)ほど、より深部の地盤のS波速度を反映する分散性を持っている.表面波探査法では、このようなレイリー波の性質を用いてS波速度構造を求めている.



図1 表面波探査法の原理

本研究では、図2に示すような起振機と2個の受振器を用いた測定方法による表面波探査法を対象としている.この測定方法は、起振機によって地表面に調和振動荷重を作用させ、これより生じる地表面の変位を2個の受振器によって検出し、位相速度を算出する.この起振機で発生させる調和振動荷重の周波数を変え、各周波数での位相速度を算出する事で地盤のS波速度構造を求める.本研究では、受振器を起振点近傍に設置する事で、実体波やレイリー波の混在する波の位相速度の周波数特性に着目している.



図2 表面波探査法の測定方法のイメージ

2. 2 数値解析で用いた運動方程式 一般化した有限要素法の全体系の運動方程式は,式(2)で表される.

$$[M]{\ddot{x}} + [C]{\dot{x}} + [K]{x} = {f} \qquad (2)$$

ここで[M], [C], [K] は質量・減衰・剛性マトリクス,また $\{\ddot{x}\}$ ,  $\{\ddot{x}\}$ は解析モデルの節点の加速度・速度・変位ベクトルである.  $\{f\}$ は外力ベクトルである.

この質量・剛性マトリクスは,式(3)で表される 要素ごとの質量・剛性マトリクスを自由度が対応する ように全体系のマトリクスに埋め込んだものである.

$$\begin{bmatrix} m \end{bmatrix}^{e} = \int_{V} \rho[N]^{T} [N] dV$$

$$[k]^{e} = \int_{V} [B]^{T} [D] [B] dV$$
(3)

ここで,式(3)内の積分は,要素の体積積分を表している. [N]は変位関数マトリクスと呼ばれ, [B]は [N]を座標で微分したものである. [D]は応力とひず みの関係を表す応力-ひずみマトリクスと呼ばれる.

本研究の様に,地盤を有限要素法により解析する際,本来は3次元問題として取り扱うべきであるが,コン ピュータの容量との関係で,2次元の平面ひずみ問題 として取り扱う.その際, [D]は式(4)となる.

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0\\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} (4)$$

また、本研究の減衰マトリクスは、減衰を評価する為 のレイリー減衰マトリクスと、解析モデルの仮想境界 面での波の反射を防ぐ為の粘性境界マトリクスを足し 合わせたものである.

2.2.1 粘性境界の導入 有限要素法を用いて解析 する場合には、ある領域で解析モデルを切断する必要 がある.しかし、解析モデルを切断する事によって、 外力を与えた際に解析モデルの仮想境界面で波の反射 が生じる.この反射の影響をできるだけ取り除く為、 図3に示すような半無限性を持つ地盤などを解析の対 象とする際には、粘性境界を導入する必要がある.

仮想境界面が図4に示すようにx軸とθ傾いている 場合を考える<sup>(2)</sup>.境界上の応力を接点*i*,*j*が半分ずつ 分担すると仮定すると,節点速度ベクトルと節点力ベ クトルは式(5)の関係になる.



よって粘性境界を解析に導入する為に、式(7)の 粘性境界マトリクス $[C_{\nu}]$ を、その自由度番号に対応し て式(2)の全体系の減衰マトリクスに加えた.

2.2.2 粘性境界の検証 粘性境界を導入したプロ グラムによる解析モデルの仮想境界面での反射波の有 無を確認する為に、数値解析を行った.ここで、粘性 境界なしモデルとは、解析モデルの仮想境界面の節点 自由度をx、y方向全て拘束としたもの、粘性境界あ りモデルとは、解析モデルの仮想境界面に粘性境界を 導入したモデルである.解析モデルは、横80m×縦40m の地盤モデルとし、1要素は10m×10mの2次元平面 ひずみ要素とした.外力としては、加振が終了した後 も自由振動を生じさせない様な図5に示す 0.5 秒間の ベル型外力を用いた.これを解析モデルの地表面の左 端から 40m の位置に水平方向に与え, 起振点の時刻歴 水平加速度波形を数値解析により求めた.表1に解析 に用いた地盤の材料定数を示す.また,時間刻みΔt は 0.00025 秒, 解析ステップ数は 4000, 減衰定数は0 と した.

表1 地盤の材料定数

	ヤング率	ポアソン	質量密度
	$(kN/m^2)$	比	$(t/m^3)$
各要素	1400000	0.4	2.0



図6に粘性境界の有無による時刻歴水平加速度波形 を示す.粘性境界なしモデルの解析結果は反射波の影 響がかなり顕著に表れているが,粘性境界ありモデル では反射波の存在を確認する事はできなかった.以上 の事から,粘性境界を導入する事によって解析モデル の仮想境界面での波の反射を抑制できている事が確認 できた.

2. 2. 3 レイリー減衰の導入 レイリー減衰とは、 減衰マトリクス [C] が質量マトリクス [M] と剛性マト リクス [K]に比例するものとして減衰を評価する方法 である.ここで $\alpha$ ,  $\beta$  は定数である.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \tag{8}$$

また,式(8)のα, βは減衰定数や固有円振動数と 以下の関係がある.

$$h_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \tag{9}$$

ここに $h_i \ge \omega_i$ はそれぞれ第i次モードの減衰定数と 固有円振動数である.

一般には、固有値解析により求めた第一次及び第二 次モードの減衰定数hと固有円振動数 $\omega$ から連立方 程式を立て、定数 $\alpha$ 、 $\beta$ の値を決める.しかし、固有 値解析によって固有円振動数を求めるには、多くの手 順を必要とし、計算量が膨大となる.そこで、今回の 解析では金井の式<sup>(3)</sup>を用いて固有円振動数を求めた.

まず基盤層上に厚さhの表層がある地盤を考える.





表層のS波速度を $V_s1$ ,基盤層のS波速度を $V_s2$ と する時,金井の式によれば,表層のi次の固有円振動 数は式(10)で表される.

$$\omega_i = \frac{\pi V_S 1}{2h} (2i - 1) \tag{10}$$

しかし、今回の解析モデルのような表層が3層からなる地を、表層が1層からなる表層単層地盤と仮定するには無理がある。そこで、表層3層の各層のS波速度から各層厚による重みつき平均<sup>(4)</sup>をとる事によって求まるS波速度 $V_{av}$ を式(11)によって求め、これを表層が1層からなる地盤に置き換えた際のS波速度とした。

$$V_{av} = \sum_{j=1}^{N} \frac{V s_{j} h_{j}}{h}$$
 (1 1)

2.3 位相速度の算出方法 起振点近傍での地表面 の時刻歴変位波形をフーリエ変換し位相角を求め,地 点ごとの位相角の差から位相速度を求めた.図1に示 すような地表面を考えた時,起振点から距離 x の地表 面を位相速度算出点とし,その点から前後に距離 Δ x 離れた地表面の時刻歴変位波形から位相角を求め,そ の位相角の差から式(12)により位相速度を算出し た.また,Δxを0.8m,位相速度算出点を起振点より 1mとし位相速度を算出した.



#### 3. 数値解析モデル

数値解析に用いた解析モデルを図9に示す. CASE1 は1層地盤を模擬したものである. CASE2は1層地盤 にVs=1500m/sの硬い層を深さ3mの地点に設定したも ので, CASE3 及び CASE4 はこの硬い層の位置を深さ 方向に4m,5mとした.また,モデルの境界面での波 の反射を避ける為に粘性境界を設置し,基盤の半無限 性を考慮する為に深さ方向に17mまで基盤の物性値 の要素を設置した.外力は解析モデルの地表面の左端 から9mの位置に鉛直方向に与えた.解析に用いた各 種パラメータを表3に,解析モデルの材料定数を表2 に示す.また,外力は図10に示すような最大振幅 20kNの調和振動荷重を1~99Hz 用いた.

表2 各種パラメータ

時間刻みΔt	0.0005 (s)			
ステップ数	4000			
要素	2次元平面ひずみ要素			
要素サイズ	横 20(cm)×縦 20(cm)			
要素数	11250 個(横 90 個×縦 125 個)			

表3 材料定数

(a) CASE1						
	Vp(m/s)	$V_{\rm S}(m/s)$	ho (t/m <sup>3</sup> )	ν		
1層目	490	200	1.8	0.4		
2 層目	980	400	2.0	0.4		

(b) CASE2, CASE3, CASE4

	Vp(m/s)	$V_{\rm S}({ m m/s})$	ho (t/m <sup>3</sup> )	ν
1層目	490	200	1.8	0.4
2 層目	3674	1500	2.1	0.4
3 層目	490	200	1.8	0.4
4 層目	980	400	2.0	0.4



#### 4. 数值解析結果

各 CASE で 99 回 (1~99Hz),計 396 回の解析を行った.図11に,5Hz の調和振動荷重を作用させた時の,起振点から右に距離が 0.2m 地点と 1.8m 地点の時刻歴鉛直変位波形を CASE ごとに示す.全ての CASE の 0.2m 地点と 1.8m 地点の時刻歴鉛直変位波形を比較すると,1.8m 地点の時刻歴鉛直変位波形が,0.2m 地点のそれに比べて波が遅れている様子が分かる.これが 2 地点の時刻歴鉛直変位波形の位相差である.



図12に振幅と位相速度の周波数特性を示す.振幅 の周波数特性を見ると、全てのCASEで約10Hzで振幅 が大きく増幅される地盤の卓越振動数が確認出来る. 硬い層を含まないCASE1では卓越振動数が現れた後、 なだらかに減少している.しかし、硬い層を含むCASE2、 CASE3、CASE4では約36、29、28Hzで再び大きなピー クが現れているのが確認出来る.その後は、CASE1と 同様になだらかに減少している.



次に,位相速度の周波数特性について見てみると, 全ての CASE で振幅の周波数特性よりも小さい 6~8Hz で位相速度が大きくなっている事が確認出来た.また, 硬い層が含まれる CASE2, CASE3, CASE4 では振幅の周 波数特性で現れたピーク周波数と同様の約 36, 29, 28Hz で再びピークが現れている.その後は全ての CASE において 1 層目のせん断波速度 Vs=200m/s に近づくよ うな傾向を示している.

以上の事から、振幅と位相速度の周波数特性でのピ ーク周波数には高い相関がある事が言える. さらに地 盤内に硬い層が存在すると、振幅と位相速度が増加す る周波数を確認出来た. この周波数は、硬い層が深い ほど小さくなる傾向が見られた. また, 位相速度は高 周波数に近づくほど表面のせん断波速度に近づく事が 分かった.

#### 5. まとめ

表面波探査法を省スペースで実施する為に(1)起 振機と2個の受振器を用いた測定方法(2)起振点近 傍での実体波とレイリー波が混在した波の位相速度を 用いた測定方法,これら2つの有効性を検証した.以 下にその結果を示す.

- (1) 地盤内に硬い層(埋設管等を模擬したもの)が ある場合,硬い層がない場合に比べて位相速度 が大きくなる周波数が表れた.
- (2)3 層の水平成層地盤モデルの硬い層の深さ位置 を変えた場合,位相速度の特異なピーク点は, 硬い層の位置が深いほど,低い周波数で表れる 傾向を示した.
- (3) 全ての CASE において,高周波数に近づくほど 位相速度は地表面の S 波速度に近づいていく傾 向が見られた.

以上から,表面波探査法を省スペースで実施する為 に用いた測定方法で,地盤構造によって位相速度の周 波数特性が異なる事を確認でき,有効性を検証する事 ができた.

#### 参考文献

- (1)鈴木晴彦,林宏一,信岡大:表面波を用いた地震 探査-人工振源を用いた基礎的研究-,物理探査 学会第102回学術講演会論文集,pp62-65,2000
- (2) 土木学会編:動的解析の方法, p12, pp117-118, 技報堂出版, 1989
- (3) 地盤工学会:地盤技術者のためのFEM シリーズ
   ② 弾塑性有限要素法がわかる, pp54-57, 丸善, 2003
- (4) 土岐憲三:土木学会編 新体系土木工学 11 構造物の耐震解析, p102, 技報堂出版, 1985
- (5) 春海佳三郎, 大槻明: 有限要素法入門, pp34-38, 共立出版, 2006
- (6) 棈木紀男,正木和明,荏本孝久,岩楯敞広,中島 芳久,高坂隆一:建築と土木技術者のための地震 工学・振動学入門,pp1-6,吉井書店,1997
- (7) 土木学会編:地震動・動的特性, pp3-5, 技報堂出版, 1989
- (8) 大原資生: 耐震工学, pp5-7, 森北出版, 1995
- (9)田中喜久昭,長岐滋,井上達雄:弾性力学と有限 要素法,pp18-20,大河出版,1995