

Fig. 2 FEM mesh used in the analysis of SC.

粒子割れの解析では Fig.1 に示すように全ての粒子で負荷応力に対して垂直に割れが起こっていると仮定し解析を行なった。この場合, Fig.2 の crack と書かれている負荷応力に対して垂直な粒子面だけ拘束条件をなくすことで粒子の割れを表現する。母材には不飽和ポリエステル ($E=3.0[\text{GPa}]$, $\gamma=0.37$), 粒子にはガラスビーズ ($E=70[\text{GPa}]$, $\gamma=0.22$) を用いると仮定した。また, 解析には有限要素法ソフト ANSYS 7.0 を用い, 要素には 20 節点ソリッド要素を用いた。

2.2 解析結果

(1) 中空粒子解析

損傷がない中空粒子分散材料について, 粒子体積分率 V_f 及び粒子空洞率 H_r を変化させたときの巨視的なヤング率と比弾性率 (ヤング率 E / 比重量 γ) を解析した結果, 以下のことが分かった。

複合材ヤング率は粒子が最も多く含まれ, 最も中実粒子に近いときに最大となり, H_r が増加して粒子が中空化するとその値は低下する。一方で, 比弾性率は Fig.3 に示すように V_f が一定の場合, H_r が増加して粒

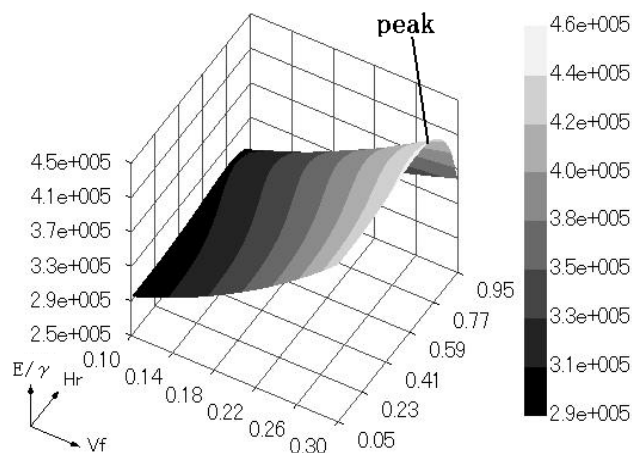


Fig. 3 Variation of specific Young's modulus with V_f and H_r .

子が中空化することでその値が増加するが, H_r が 1 付近に達すると逆に減少し, 比弾性率を最大にする H_r が存在する。この H_r の最適値は Table 1 に示すように, V_f の増加に伴い減少することが分かった。また解析の範囲内では $V_f=0.3$, $H_r=0.68$ のとき最大値となった。

Table 1 Optimum value of H_r in each V_f .

V_f (Volume fraction of particles)	H_r (Hollow ratio)
0.1	0.82
0.2	0.73
0.3	0.68

(2) 割れた中空粒子解析

粒子の割れによる影響を調べるために, 前節と同様に Fig.2 のような FEM モデルを用いて解析を行い, 粒子が割れたときの複合材料の巨視的なヤング率を求めた。Fig.4 に $V_f=0.1, 0.2, 0.3$, $H_r=0.05, 0.5, 0.95$ のときの結果を示す。なお, Fig.4 の縦軸の値は不飽和ポリエステル単体のヤング率で正規化した値とする。

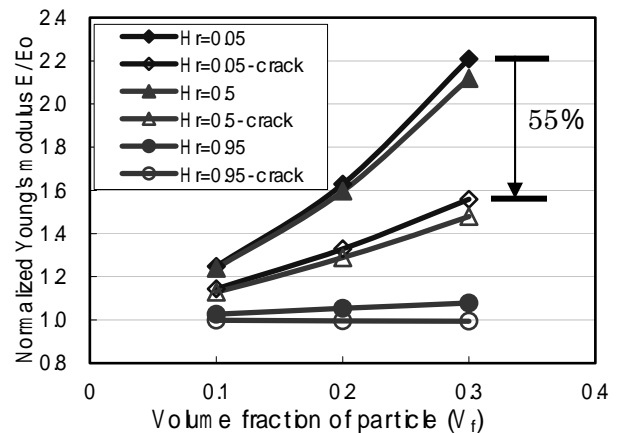


Fig. 4 Variation in Young's modulus of composites due to particle fracture.

Fig.4 において, $V_f=0.3$, $H_r=0.05$ について見ると, 粒子を入れることで樹脂単体よりもヤング率は約 2.2 倍向上している。しかし, 割れが発生することでヤング率は, 粒子を入れることで向上した分の約 55% 低下している。この低下率は $H_r=0.5$ のときも同程度であり, $V_f=0.2, 0.1$ についても同様の傾向が見られる。一方で $H_r=0.95$ の場合, 粒子が割れると樹脂単体のヤング率よりも低下している。このことから H_r が大きい中空粒子を用いた場合, 粒子が健全なときは複合材剛性の向上が見込めるが, 粒子が割れた場合には母材よりも剛性が低下する危険性があることが分かった。

以上では, 粒子割れに伴う複合材料全体の剛性変化に着目したが, 複合材料剛性の変化は粒子体積分率に依存するため, 汎用モデルの構築には適さない。そこで以下では粒子のみに着目し, 等価粒子置換の手法を用いて損傷のモデル化を試みる。

3. 等価粒子置換

3.1 損傷力学の概念

本研究では Fig.5 に示すように、健全または割れた中空粒子を均質な等価粒子に置き換えて解析を行ない、両者の巨視的な挙動が一致するときの等価粒子の剛性を探索する。ただし、この際の等価粒子の剛性マトリックスは全部で 21 個の独立な変数で構成されているため、全ての剛性要素を個別に決定することは困難である。永田ら⁽³⁾は、中実粒子が部分はく離したモデルに損傷力学の概念を用いて、互いに独立な 2 つの損傷変数 D_1 (負荷方向)、 D_2 (負荷垂直方向) で粒子の剛性変化を代表させ、各はく離角度に対する D_1 、 D_2 の最適値を探索している。本研究ではこの手法を中空粒子に適用し、等価粒子の剛性 (有効剛性) を算出する。

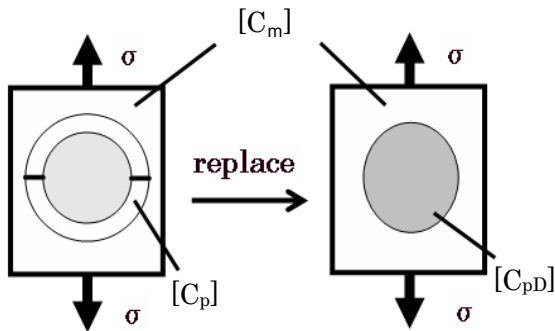
以下、Chow&Wang のモデル⁽⁴⁾に基づき損傷力学の概念について簡単に説明する。損傷力学とは材料内に存在する損傷を材料の内部構造変化として捉え、はく離などの損傷を応力やひずみとは別の連続無次元変数 (損傷変数) で代表させて解析を行なう手法である。例えば Fig.6 のように応力が負荷され、応力に対して垂直な面の面積が S である材料があるとする。さらに材料内部のある面に損傷が発生し、全面積 S に対する損傷面積 $S - S'$ の割合が損傷変数の値であると仮定すると、有効面積 S' に働いている応力 σ' は次式のように表される。

$$\sigma' = \frac{1}{1-D} \sigma \quad (1)$$

ここで、損傷変数は全面積 S に対する損傷面積の割合であるから非損傷時には 0、完全に損傷した場合には 1 の値をとる。つまり損傷変数は 0 から 1 の間で変化する値をとる。また、式(1)で示されているのは 1 次元の有効応力であるが、実際の 3 次元解析では次式のようにマトリックスで表される。

$$[\sigma'] = [M(D)][\sigma] \quad (2)$$

ここで $[M(D)]$ は Damage effect matrix と呼ばれる 6×6 のマトリックスである。



(a) Cracked particle (b) Equivalent particle

Fig. 5 Replacement of a cracked particle with an equivalent particle.

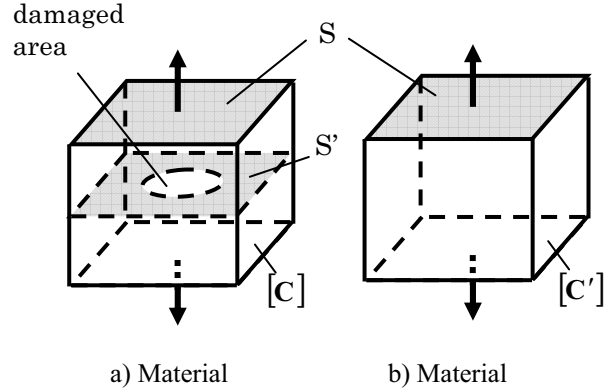


Fig.6 Concept of damage mechanics.

ここで、非損傷時の剛性を $[C]$ とすると、非損傷時のひずみエネルギーは

$$W_{I(\sigma,0)} = \frac{1}{2} [\sigma]^T [\varepsilon] = \frac{1}{2} [\sigma]^T [C]^{-1} [\sigma] \quad (3)$$

となり、損傷後もエネルギー関数の形式が不変であると仮定すると、損傷時のひずみエネルギーは式(2)より

$$W_{I(\sigma,D)} = \frac{1}{2} [\sigma]^T [M(D)]^T [C]^{-1} [M(D)][\sigma] \quad (4)$$

となる。さらに同じ荷重条件を与えた場合に同様の巨視的挙動を示す等価材料があったとする。この材料の剛性を $[C']$ とするとひずみエネルギーは次式のようにになる。

$$W_{(\sigma,0)} = \frac{1}{2} [\sigma]^T [C']^{-1} [\sigma] \quad (5)$$

損傷時の材料のひずみエネルギーと等価材料のひずみエネルギーは等しいので、等価材料の剛性は最終的に次式のように表される。

$$[C'] = [M(D)]^T [C]^{-1} [M(D)]^{-1} \quad (6)$$

このように損傷変数を導入することによって、非損傷時の材料の剛性と Damage effect matrix を用いて損傷時の剛性を予測することができる。ただし、損傷変数の値は材料の損傷状態を代表する値であれば良いので、必ずしも面積割合である必要はない。

3.2 中空粒子の損傷力学モデル

前節の損傷力学の手法を Fig.5 に示すモデルに適用すると損傷時の粒子有効剛性 $[C_{pD}]$ は次式となる。

$$[C_{pD}] = [M(D)]^T [C_p]^{-1} [M(D)]^{-1} \quad (7)$$

ここで $[C_p]$ は非損傷時の粒子剛性である。本研究では損傷力学モデルとして、Chow&Wang が示した

Damage effect matrix [M(D)]を用いる．負荷方向の損傷変数を D_1 ，垂直方向の損傷変数を D_2, D_3 とすると，Damage effect matrix [M(D)] は次式のように表される．

$$[M(D)] = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-D_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-D_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-D_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-D_2)(1-D_3)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-D_3)(1-D_1)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-D_1)(1-D_2)}} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

ここで，負荷方向に垂直な面内では損傷が等方性であると考え， $D_2=D_3$ とおく．これにより二つの損傷変数を定めることで損傷時の粒子剛性 $[C_{pD}]$ が定まる．本研究では D_1, D_2 の組み合わせとして2500通りの中から最適値を探索した．

3.2 最適値探索結果

Fig.7 に粒子体積分率 $V_f=0.3$ の場合について，最適損傷変数の粒子空洞率 H_r に対する変化傾向を示す．図より非損傷粒子の場合， D_1, D_2 の変化傾向は同等で，粒子の中空化による剛性低下が等方的であることが分かる．一方，割れた粒子の場合，健全粒子と比較して D_1 が急増しており，負荷方向の荷重負担能力が低くなっている．また，負荷垂直方向は損傷がない場合とほぼ同様の変化傾向を示している．このことから中空粒子が割れると負荷方向に対する剛性低下が支配的であり，粒子空洞率 H_r が0.8以下の場合， $D_1=0.65$ 付近に設定すれば粒子の割れが模擬できることが分かった．またこの変化傾向は $V_f=0.1, 0.2$ においても同様であった．

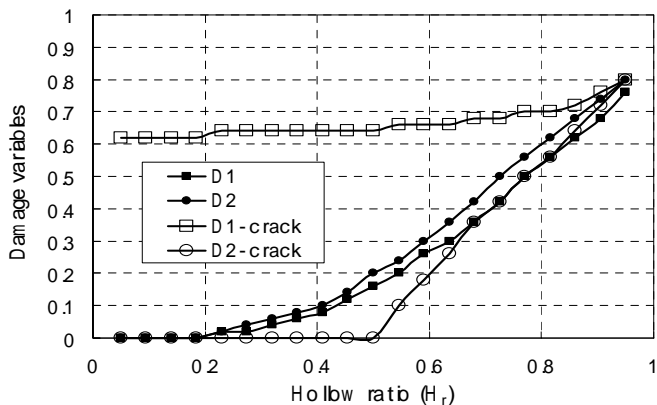


Fig. 7 Dependence of damage variables on H_r before and after damage formation. ($V_f=0.3$)

4. 複合則

前章では，損傷した粒子を等価粒子に置換することで，1つの粒子に対する有効剛性を明らかにした．これを種々の複合則に組み込むことで複合材料の巨視的な剛性を算出することができる．本研究では複合則として Voigt&Reuss 中間モデル⁽⁵⁾を用いる．Fig.8 に示すように複合材料の巨視的応力とひずみ(6×1のベクトル)を σ, ϵ とし，母材と強化材の剛性マトリックス(6×6の行列)を C_m, C_p ，強化材の体積分率を V_f とすると Voigt&Reuss の中間モデルでの応力-ひずみ関係式は次式で表される．

$$\sigma = C \epsilon = \left\{ V_f I + (1-V_f) C_m C_p^{-1} - k(1-V_f) C_m (C_p^{-1} - C_m^{-1}) \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここで I は単位行列， k は任意定数であり $0 < k < 1$ の値をとる．本研究では $k=0.5$ とした．

上記の複合則は母材と健全な強化材の2相から構成される複合材料を対象とした複合則である．しかし，本研究で対象とする複合材料は母材，健全粒子，損傷粒子の3相から構成されている．そこで Fig.9 に示すように，まず母材と健全粒子の2相から成る複合材料を構成し，母材と健全粒子の剛性 C_m と C_p から2相複合材料の有効剛性を次式より算出する．

$$C_m' = \left\{ V_f I + (1-V_f) C_m C_p^{-1} - k(1-V_f) C_m (C_p^{-1} - C_m^{-1}) \right\} \times \left\{ C_p^{-1} - k(1-V_f) (C_p^{-1} - C_m^{-1}) \right\}^{-1} \dots\dots\dots (10)$$

次に，この2相複合材料を新たな母材と考え，その剛性 C_m' と損傷粒子の剛性 C_{pD} から，対象とする複合材料の剛性 C_c を次式より算出する．

$$C_c = \left\{ V_{pD} I + (1-V_{pD}) C_m' C_{pD}^{-1} - k(1-V_{pD}) C_m' (C_{pD}^{-1} - C_m'^{-1}) \right\} \times \left\{ C_{pD}^{-1} - k(1-V_{pD}) (C_{pD}^{-1} - C_m'^{-1}) \right\}^{-1} \dots\dots\dots (11)$$

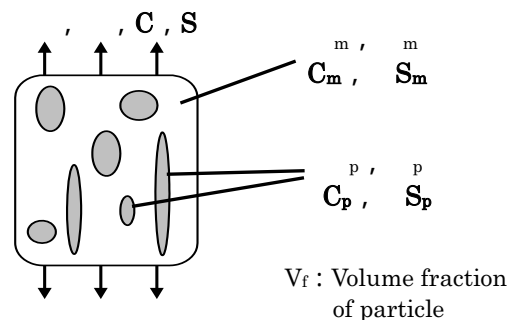


Fig. 8 Macroscopic and microscopic stress-strain in a composite.

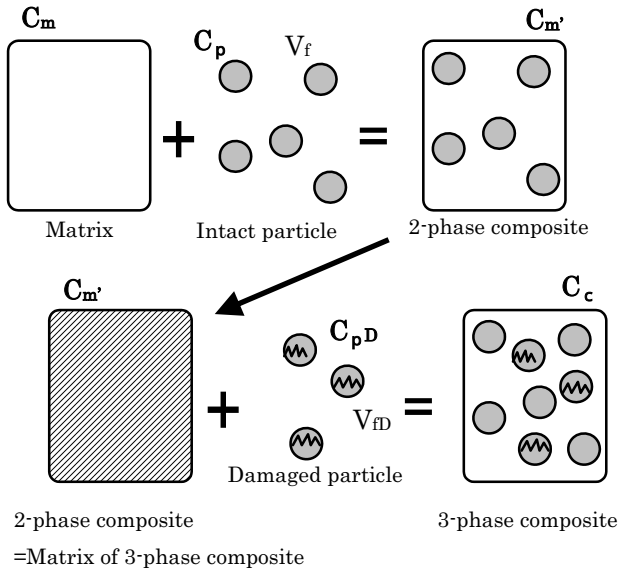


Fig. 9 Low of mixture for 3-phase composite.

5. 損傷発達則

複合材料の損傷発達過程の予測には、前章までに示した粒子の有効剛性と複合則に加えて、どのような基準で粒子が損傷するのかを損傷発達則によって記述する必要がある。そこで本研究では Wong&Ait-Kadi が示したエネルギー基準の損傷発達則⁽⁶⁾を用いる。エネルギーバランスの観点から、粒子割れによるエネルギー解放率が粒子破壊靱性と等しくなる時に粒子割れが生じるとすると、単軸負荷の場合次式となる。

$$-2 \frac{G_c}{V_0} \left(\frac{dA}{dc} \right) = \varepsilon_{11}^2 \left(\frac{dE}{dc} \right) \quad (12)$$

ここで、 G_c は粒子破壊靱性、 c は健全粒子の体積分率、 V_0 は参照体積、 A は粒子の破断面積、 E は複合材の負荷方向ヤング率である。 E は前節の複合則より算出する。次に、健全粒子体積分率の変化と中空粒子の破断面積の変化の間には、幾何学的な見解から次式が成り立つ。

$$\frac{dA}{dc} = -\frac{3}{2r} V_0 \left\{ 1 - \left(r_p / r \right)^2 \right\} \quad (13)$$

ここで、 r_p / r は粒子空洞率 H_r である。式(12),(13)より、中空粒子の割れに対する損傷発達則として最終的に次式を得る。

$$\varepsilon_{11}^2 = \frac{3G_c(1-H_r^2)}{r(dE/dc)} \quad (14)$$

本研究では粒子空洞率 H_r の変化と粒子径分布のばらつきを考慮し、これらが複合材料の損傷過程に与える影響を調査した。以下に解析手順を示す。

- 1) 粒子径分布を正規分布により仮定する。
- 2) 粒子空洞率 H_r に応じて健全および割れた中空粒子の有効剛性を損傷変数 D_1, D_2 を用いて算出する。
- 3) 割れた粒子の体積分率増分幅 dc を設定し、累積確率密度が 1 回目は $(1-dc)$ 、2 回目は $(1-dc)^2$ に相当する粒子外径 r を決定する。
- 4) 複合則により割れた粒子が dc だけ増えたときの有効剛性を算出し、初期剛性との差より dE/dc を求める。
- 5) 式(14)より損傷発達に必要なひずみを算出し、4) で求めた有効剛性より対応する応力を求める。
- 6) 割れが dc だけ増加した状態を初期状態とみなし、3)~5)の手順を繰り返す。

6. 解析結果

6.1 粒子径分布の影響

初めに、粒子空洞率 $H_r=0.68$ で一定、平均粒子径を $50[\mu m]$ とし、粒子径の標準偏差を 4 段階に変化させ粒子径分布が損傷発達過程に及ぼす影響を調査した。割れた粒子の体積分率増分幅は $dc=0.001$ 、粒子体積分率は $V_f=0.3$ 、粒子の破壊靱性は $G_c=3.5[J/m^2]$ とした。Fig.10 に応力-ひずみ曲線の予測結果を示す。また Fig.11 は縦ひずみ-横ひずみ曲線の除荷直線からポアソン比を算出し、その変化傾向を示したものである。

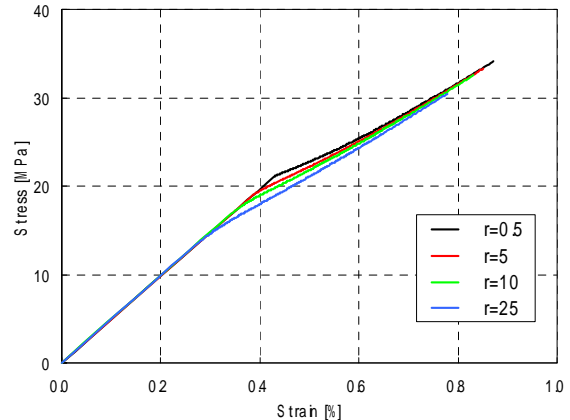


Fig. 10 Stress-strain curves of composites. ($V_f=0.3, H_r=0.68, G_c=3.5[J/m^2]$)

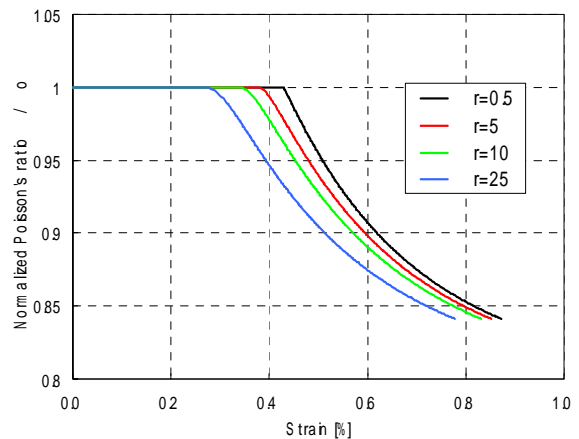


Fig. 11 Variation of Poisson's ratio of composites. ($V_f=0.3, G_c=3.5[J/m^2], H_r=0.68$)

Fig.10 の応力-ひずみ関係, Fig.11 のポアソン比変化の両方において, 粒子径のばらつきが大きいほど損傷開始が早くなっているのが分かる. この結果は, 粒子径のばらつきが大きくなると, 粒子の割れが起りやすい大きな粒子の存在確率が上がることを反映している. またポアソン比変化のグラフから, 損傷発達により, ポアソン比が減少し損傷異方性が現れているが, 損傷の最終段階(全ての粒子が割れた状態)では, ほぼ同じ値に収束することも分かる.

6.2 粒子空洞率の影響

Fig.12 に粒子径分布を平均粒子径 $50[\mu\text{m}]$, 粒子径の標準偏差 $\sigma_r=10[\mu\text{m}]$ とし, 粒子空洞率 H_r を4段階に変化させたときの応力-ひずみ曲線の予測結果を示す. 粒子体積分率は $V_f=0.3$, 粒子の破壊靱性は $G_c=3.5[\text{J}/\text{m}^2]$ である. また, Fig.13 に対応するポアソン比変化を示す. Fig.12 より, 粒子の中空度の増加に伴う粒子強度の低下を反映して, 粒子空洞率 H_r が大きいほど損傷開始が早まっているのが分かる. また Fig.13 より, $H_r=0.68$ 以下では損傷開始点は異なるが, 粒子空洞率によるポアソン

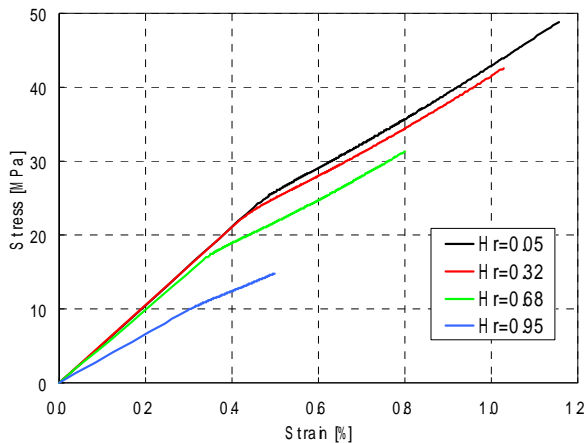


Fig. 12 Stress-strain curves of composites. ($V_f=0.3, G_c=3.5[\text{J}/\text{m}^2], r_{\text{ave}}=50[\mu\text{m}], \sigma_r=10[\mu\text{m}]$)

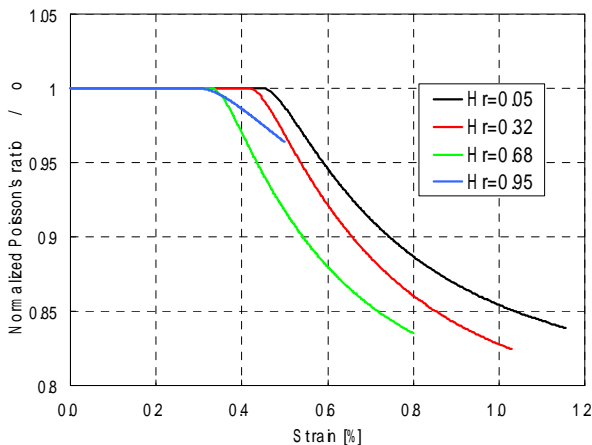


Fig. 13 Variation of Poisson's ratio of composites. ($V_f=0.3, G_c=3.5[\text{J}/\text{m}^2], r_{\text{ave}}=50[\mu\text{m}], \sigma_r=10[\mu\text{m}]$)

比変化の傾向に差はない. しかし $H_r=0.95$ の場合, 他の粒子空洞率の結果と比較してポアソン比変化が小さいことが分かる. これは Fig.7 で示すように, $H_r=0.95$ では健全粒子でも D_1, D_2 共に割れた粒子と同じ程度の荷重負担能力しかないために, 損傷粒子数の増加に対して粒子割れの影響がほとんど出なかったと考えられる.

6.3 ヴォイド置換との比較

参考として従来の解析手法であるヴォイド置換による応力-ひずみ曲線の予測結果を Fig.14 示す. ヴォイド置換では損傷開始点から応力が低下しており, Fig.12,13 の等価粒子置換による結果と比較すると, 粒子の損傷を過大評価していることが分かる. また, ヴォイド置換は粒子剛性を等方的に低下させているため, ポアソン比の変化を表すことができない. このように, ヴォイド置換では正確な損傷発達過程をモデル化することが困難であると言える.

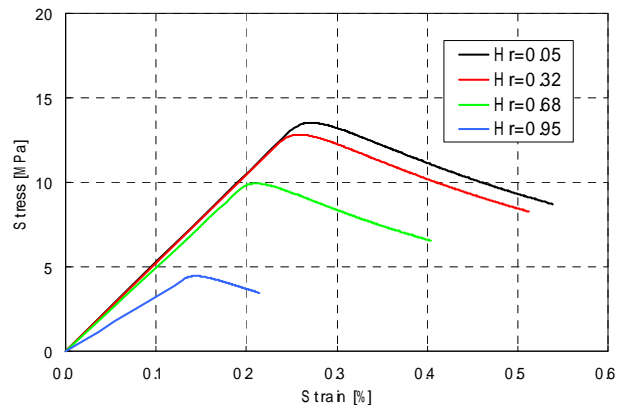


Fig. 14 Stress-strain curves of composites. (Void replacement method)

7. 結言

健全および割れた中空粒子を均質な等価粒子に置換し, 損傷力学的手法を用いてその有効剛性を求める手法を提案した. また, 等価粒子の有効剛性に与える粒子空洞率の影響を調べ, 粒子割れは主に負荷方向の剛性を低下させ負荷垂直方向の剛性は割れによりほとんど変化せず, この傾向は粒子空洞率に依存しないことを示した. さらに, 複合則とエネルギー基準の損傷発達則を用いて中空粒子分散材料の損傷過程を解析し, 粒子径分布や粒子空洞率の変化による異方性損傷発達過程の相違を示した.

参考文献

- (1) 和田明浩, 元木信弥, 機論 A, 69-681(2003-5), 846-853.
- (2) 東郷敬一郎, 曹永太, 機論 A, 65-631(1999-3), 514-522.
- (3) 永田雄介, 和田明浩, 神戸高専研究紀要, 43(2005-3), 37-42.
- (4) C.L.Chow & J.Wang, Int. J. Fract., 33 (1987), 3-16.
- (5) 東郷敬一郎, 材料強度解析学, 内田老鶴圃, 2004, 193-199.
- (6) F. C. Wong & Ait-Kadi, J. Appl. Polymer Science, 55(1995), 263-278.